

HOJA 2: ANILLOS

1. Considera el anillo booleano $A = (\mathcal{P}(X), \oplus, \cap)$ (como en el ejercicio 1 de la hoja 1). Fijamos el conjunto X de manera que tenga 2 elementos, por ejemplo $X = \{a, b\}$. Construye las tablas de sumar y multiplicar de A .
2. Construye las tablas de sumar y multiplicar de \mathbb{Z}_4 .
3. **Producto cartesiano de anillos.** Sean $(A, +_1, \cdot_1)$ y $(B, +_2, \cdot_2)$ dos anillos. En el producto cartesiano $A \times B$ definimos dos operaciones de la forma natural:

$$(a, b) + (a', b') := (a +_1 a', b +_2 b')$$

$$(a, b) \cdot (a', b') := (a \cdot_1 a', b \cdot_2 b')$$

Habitualmente, si no hay lugar a confusión, no usaremos los subíndices para las operaciones.

Es trivial demostrar que $A \times B$ dotado de estas operaciones es un anillo. Además si A y B son conmutativos, también lo es $A \times B$. Si A y B tienen unidad, también la tiene $A \times B$. Daremos por hecho todo esto (no lo demostraremos por ser muy fácil pero muy pesado).

- a) ¿Es cierto que si A y B son dominios de integridad, también lo es $A \times B$?
 - b) ¿Es cierto que si A y B son cuerpos, también lo es $A \times B$?
4. Construye las tablas de sumar y multiplicar de $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.
 5. Los anillos de los ejercicios 1, 2 y 4 de esta hoja y el anillo del ejercicio 7 de la hoja 4 de Álgebra I tienen todos 4 elementos. Compara entre sí sus tablas de sumar y multiplicar y piensa, pareja por pareja si son “el mismo anillo”, es decir, si se podrían renombrar los elementos de manera que sus tablas de sumar y multiplicar fueran la misma.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Cartagena99

7. Consideramos el conjunto

$$\mathbb{Q}(\sqrt{2}) := \{a + b\sqrt{2} / a, b \in \mathbb{Q}\}$$

Demuestra que $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ es subanillo de \mathbb{R} . ¿Es cuerpo?

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized map or a splash of paint. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**