

**MATEMÁTICAS ( 1º GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES ). CURSO 13-14.**  
**Hoja de problemas del TEMA 4.**

1. Encontrar y representar gráficamente el dominio de las siguientes funciones de varias variables:

(i)  $f(x, y) = \sqrt{x} + \frac{4}{y}$       (ii)  $f(x, y) = \sqrt{2x + y}$       (iii)  $f(x, y) = \frac{1}{x - 3y}$   
 (iv)  $f(x, y) = 7x^2 + 2xy + y^2$       (v)  $f(x, y) = \ln(2x^2 - y)$       (vi)  $f(x, y) = 4e^{3xy}$

2. Dadas las funciones:

(i)  $f(x, y) = 6 - 3x - y$       (ii)  $f(x, y) = 9 - 3x$       (iii)  $f(x, y) = 4 - y^2$   
 (iv)  $f(x, y) = 4 + x - y^2$       (v)  $f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$       (vi)  $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

- (a) Encontrar el dominio y el recorrido de cada una de ellas.  
 (b) Dibujar algunas de sus curvas de nivel.  
 (c) Dibujar la intersección de su gráfica con los planos coordenados.  
 (d) Dibujar aproximadamente su gráfica.

3. Calcular  $\frac{\partial f}{\partial x}$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}$  en el punto  $(x_0, y_0)$ :

(i)  $f(x, y) = 6 - 3x - 2y$ ,  $(0, 0)$       (ii)  $f(x, y) = 3x^2 - 7y^3$ ,  $(1, -1)$   
 (iii)  $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ ,  $(1, -1)$       (iv)  $f(x, y) = e^{y-x}$ ,  $(2, 2)$   
 (v)  $f(x, y) = x \ln y^2$ ,  $(1, 1)$       (vi)  $f(x, y) = \ln(3xy + y^2)$ ,  $(1, 2)$   
 (vii)  $f(x, y) = xe^{y^2}$ ,  $(1, 1)$       (viii)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ,  $(-2, 1)$

Probar que se verifica  $f_{xy} = f_{yx}$  para las funciones anteriores.

4. Considerar la curva formada como intersección de la superficie  $z = x^2 + y^2$  con el plano  $y=2$ .

- (a) Dibujar aproximadamente la curva.  
 (b) Hallar la pendiente de la tangente a la curva en el punto  $(1, 2, 5)$ .

5. Considerar la curva formada como intersección de la superficie  $z = 5 - x^2 - y^2$  con el plano  $x=4$ .

- (a) Dibujar aproximadamente la curva.  
 (b) Hallar la pendiente de la tangente a la curva en el punto  $(4, 2, -15)$ .

6. La temperatura que se siente,  $W$  en °C, cuando el aire tiene una temperatura  $T$  en °C y la velocidad del viento es  $v$  m/s, se puede representar mediante la siguiente función

$$W(v, T) = 33 - 0.043(10.45 + 10\sqrt{v} - v)(33 - T)$$

- (a) Calcular  $W$  con  $T = 0^\circ\text{C}$  y  $v = 11$  m/s.  
 (b) Calcular  $\partial W/\partial v$  cuando  $v = 11$  y  $T = 0$ .  
 (c) Calcular  $\partial W/\partial T$  cuando  $v = 11$  y  $T = 0$ .

7. Representar gráficamente la superficie  $f(x, y) = \sqrt{4 - x - y^2}$ , especificando:

- (a) Su dominio y recorrido.  
 (b) El dibujo de algunas de sus curvas de nivel.  
 (c) El dibujo de la intersección de su gráfica con los planos coordenados.

8. Encontrar las funciones que verifican las condiciones indicadas.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



9. Encontrar la función  $f(x, y)$  que verifica las siguientes tres propiedades:

(i)  $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2y + y^2$ .

(ii)  $\frac{\partial f}{\partial y} = x^3 + 2xy$ .

(iii)  $\iint_D f(x, y) dx dy = \frac{83}{120}$ , donde  $D$  es la región limitada por el cuadrado de vértices  $(0,0)$ ,  $(0,1)$ ,  $(1,0)$  y  $(1,1)$ .

10. Calcular.

(i)  $\int_0^3 \int_2^4 x^2 y dx dy$  (ii)  $\int_2^4 \int_0^3 x^2 y dx dy$  (iii)  $\int_1^3 \int_0^4 \sqrt{x+y} dy dx$   
(iv)  $\int_0^5 \int_0^2 x e^y dy dx$  (v)  $\int_0^1 \int_{-1}^0 x y^3 dy dx$  (vi)  $\int_0^4 \int_0^3 dy dx$

### SOLUCIONES

3. (i)  $-3, -2$ . (ii)  $6, -21$ . (iii)  $-\frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{1}{\sqrt{7}}$ . (iv)  $-1, 1$ .  
(v)  $0, 2$ . (vi)  $\frac{3}{5}, \frac{7}{10}$ . (vii)  $e, e$ . (viii)  $-\frac{3}{25}, -\frac{6}{25}$ .

4. 2.

5. -4.

6. (a)  $-13.28^\circ\text{C}$ , (b)  $-0.72$ , si  $v$  aumenta  $W$  disminuye, (c)  $1.40$ , si  $T$  aumenta  $W$  aumenta.

8. (i)  $\frac{3}{2}x^2 + xy + g(y)$ ; (ii)  $\frac{3}{2}x^2 + xy + y^4 + 7y + c$ ; (iii)  $x^2 + \frac{3y^2}{x} + 7y - 1$ ; (iv)  $y(xe^x - e^x) + 2\sqrt{y} + 3$ .

9.  $f(x, y) = x^3y + y^2x + \frac{2}{5}$ .

10. (i) 84; (ii) 54; (iii)  $\frac{4}{15}(7^{\frac{5}{2}} - 5^{\frac{5}{2}} - 3^{\frac{5}{2}} + 1) \approx 15.77$ ; (iv)  $\frac{25}{2}(e^2 - 1) \approx 79.86$ ; (v)  $-\frac{1}{8}$ ; (vi) 12.

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena' in a stylized, blue, serif font with a drop shadow, followed by '99' in a larger, bold, blue font. The text is set against a light blue background with a white shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70