

MATEMÁTICAS

1º DEL GRADO EN CIENCIAS AMBIENTALES CURSO 13-14

Hoja de problemas del TEMA 5

1. Determinar si las siguientes funciones y relaciones son solución de las correspondientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & y = Ce^{4x}, \quad \frac{dy}{dx} = 4y \\ \text{(c)} & x^2 + y^2 = Cy, \quad y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2} \\ \text{(e)} & 2x^2 + 3y^2 = C, \quad 2x + 3yy' = 0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & x^2 + y^2 = 4, \quad y' = \frac{x}{y} \\ \text{(d)} & y = 3 \cos(2x), \quad y^{(4)} - 16y = 0 \\ \text{(f)} & y = C_1 + C_2 \ln(x), \quad xy'' + y' = 0 \end{array}$$

2. Demostrar que $\phi(x) = Ce^{3x} + 1$ es una solución de la ecuación diferencial

$$y' - 3y = -3$$

para cualquier valor de la constante C .

3. Calcular la solución general de las siguientes ecuaciones de variables separables:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \frac{dy}{dx} = \frac{x^2+2}{3y^2} \\ \text{(c)} & (4y + yx^2)y' = 2x + xy^2 \\ \text{(e)} & \sin(3x)dx + 2y \cos^3(3x)dy = 0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & xy' = y \\ \text{(d)} & \frac{y}{x} \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+x^2}} \\ \text{(f)} & \frac{dy}{dx} = 1 - x + y^2 - xy^2 \end{array}$$

4. Calcular la solución particular de los siguientes problemas de valor inicial:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \frac{dy}{dx} + xy = y, \quad y(1) = 3 \\ \text{(c)} & \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y+y^2}, \quad y(2) = 3 \\ \text{(e)} & \cos y \frac{dy}{dx} = \frac{x \sin y}{1+x^2}, \quad y(1) = \frac{\pi}{2} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & y \frac{dy}{dx} + (1+y^2) \sin x = 0, \quad y(0) = 1 \\ \text{(d)} & \frac{dy}{dx} = k(a-y)(b-y), \quad y(0) = 0, \quad a, b > 0 \\ \text{(f)} & (1+x^4)dy + x(1+y^2)dx = 0, \quad y(1) = 0 \end{array}$$

5. La función $Q(t)$ representa la proporción de un producto químico que ha sido absorbida por una membrana porosa tras un tiempo t (horas). La tasa de absorción es $\frac{dQ}{dt} = t e^{-t}$.

- (a) Si inicialmente no se había producido absorción, calcular la proporción absorbida tras 5 horas, y tras 10 horas.
(b) Calcular $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t)$ e interpretar el resultado.

6. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales lineales:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & y' + \frac{1}{x}y + x^2 = 0, \\ \text{(c)} & y' - \frac{x+1}{x}y = x(1-x) \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & y' = \frac{xy}{x^2-1} - x, \\ \text{(d)} & y' - \frac{y}{x} - \frac{3}{2x^2} = 0. \end{array}$$

7. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales exactas:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & (3ye^{3x} - 2x)dx + e^{3x}dy = 0, \\ \text{(c)} & (x + 2y)dx = -(2x - 3)dy, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{(b)} & (y^2e^{xy^2} + 4x^3)dx + (2xye^{xy^2} - 3y^2)dy = 0, \\ \text{(d)} & \frac{1}{x^3y^2}dx + \left(\frac{1}{x^2y^3} + 2y\right)dy = 0. \end{array}$$

8. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

SOLUCIONES

3. (a) $y^3 = \frac{x^3}{3} + 2x + C$ (b) $y = Cx$ (c) $2 + y^2 = k(4 + x^2)$ (d) $\sqrt{1 + y^2} = \sqrt{1 + x^2} + C$
(e) $y^2 = \frac{1}{6 \cos^2(3x)} + C$ (f) $y = \tan(x - \frac{x^2}{2} + C)$
4. (a) $y(x) = 3e^{x - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}}$ (b) $\sqrt{\frac{1+y^2}{2}} = e^{\cos x - 1}$ (c) $\frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} = x^2 + 8$ (d) $(\frac{a(b-y)}{b(a-y)})^{\frac{1}{b-a}} = e^{kx}$
(e) $y = \arcsin \sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ (f) $\arctan y = -\frac{1}{2} \arctan x^2 + \frac{\pi}{8}$
5. (a) $\approx 0,96, \approx 0,9995$ (b) 1.
6. (a) $y = -\frac{x^3}{4} + \frac{k}{x}$ (b) $y = -(x^2 - 1) + k\sqrt{x^2 - 1}$ (c) $y = x^2 + kxe^x$ (d) $y = -\frac{3}{4}\frac{1}{x} + kx$
7. (a) $ye^{3x} - x^2 = C$ (b) $e^{xy^2} + x^4 - y^3 = C$ (c) $\frac{x^2}{2} + 2yx - 3y = C$ (d) $-\frac{1}{2}\frac{1}{x^2y^2} + y^2 = C$
8. (a) $y(1 + y) = 4x - \frac{x^2}{2} + C$ (b) $\ln(\frac{1}{\cos y}) = xe^{-x} - e^{-x} + C$ (c) $y \sin x + xe^y + y = C$
(d) $\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x} - 2y = C$ (e) $y = \frac{1}{x^4}C$ (f) $y = (-e^{-x} + C)e^{-x}$ (g) $x^3 - y \cos 2x + y + y^3 = C$
(h) $\frac{x^2}{2} + x^2y^2 + \frac{y^2}{2} = C$ (i) $\frac{1}{x} = -2e^{-y} + y + C$ (j) $\tan y = -\frac{1}{x} + C$
(k) $\frac{x^2}{2}(1 + y^2) + \frac{y^2}{2} = C$ (l) $\tan x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{4} \sin 2y + C$ (m) $2x^2y + y^3 + x^3 = C$
(n) $(x - 1) \ln(y^2 + 1) = C$

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white starburst shape behind the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70