

ado proceso industrial se modeliza según un proceso de Markov en tiempo
y cuatro estados, 1, 2, 3 y 4, definido según la siguiente matriz de tasa
es instantáneas

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

enen expresadas en sucesos por minuto.

inar el tiempo medio de permanencia en cada uno de los estados y la
de probabilidades de transición.

de considerar este modelo como un proceso de Nacimiento y Muerte?
ar la respuesta.

cada hora que el sistema se encuentra en el estado 4 se tiene una pena-
de 36 euros, determinar la penalización diaria esperada, supuesto un
de operación diario de 8 horas.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

v_i : tasa de permanencia en el estado i ,
 q_{ij} : tasa de transición instantánea, y
 p_{ij} : probabilidad de ir del estado i al estado j ,

... que

$$q_{ij} = v_i p_{ij}.$$

... no $\sum_j p_{ij} = 1$ al ser una distribución de probabilidad, tenemos que

$$v_i = v_i \sum_j p_{ij} = \sum_j v_i p_{ij} = \sum_j q_{ij}$$

... reemplazando p_{ij} de (7.3), obtenemos

$$p_{ij} = \frac{q_{ij}}{v_i} = \frac{q_{ij}}{\sum_j q_{ij}}$$

... la segunda igualdad se ha obtenido aplicando el resultado de (6.2).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

medio de permanencia en el estado i , $i = 1, \dots, 4$, es la inversa de la tasa λ_i en el estado i , ya que el tiempo de permanencia en el estado i sigue una distribución exponencial de tasa v_i . Por lo tanto, los tiempos medios de permanencia en los estados 1, 2, 3 y 4 son $1/v_1$, $1/v_2$, $1/v_3$ y $1/v_4$, respectivamente. Es decir,

Tiempo medio de permanencia en el estado 1 es $1/v_1 = 1/1 = 1$ minuto.

Tiempo medio de permanencia en el estado 2 es $1/v_2 = 1/1.5 = 0.6\bar{6}$ minutos.

Tiempo medio de permanencia en el estado 3 es $1/v_3 = 1/1.5 = 0.6\bar{6}$ minutos.

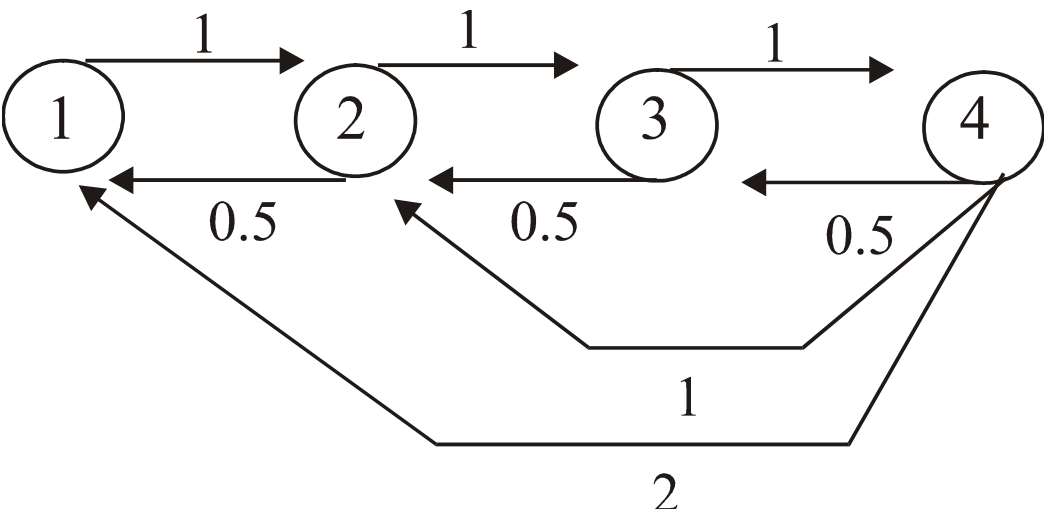
Tiempo medio de permanencia en el estado 4 es $1/v_4 = 1/3.5 = 0.286$ minutos.

La matriz de probabilidades de transición es

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/1 & 0 & 0 \\ 0.5/1.5 & 0 & 1/1.5 & 0 \\ 0 & 0.5/1.5 & 0 & 1/1.5 \\ 2/3.5 & 1/3.5 & 0.5/3.5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 2/3 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 4/7 & 2/7 & 1/7 & 0 \end{pmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



de transición es

se puede considerar este modelo como un *proceso de nacimiento y muerte* ya que en este tipo sólo se pueden producir transiciones al estado inmediatamente anterior, mientras que en el caso que nos ocupa, desde el estado 4 se producen transiciones al resto de estados.

La penalización por permanencia en el estado 4, viene determinado por π_4 . Así, la penalización será $8 \times 36\pi_4 = 8 \times 36 \times 0.0734 = 21.139$ euros.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

presta servicio a un edificio de tres plantas (planta baja, primera y segunda). Los usuarios llegan a cada una de las plantas siguiendo distribuciones de Poisson con las medias que se presentan en la siguiente tabla

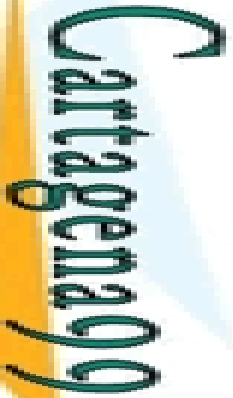
Planta	Media
Baja	5 minutos
1ª	7 minutos
2ª	9 minutos

La matriz muestra la probabilidad con que un usuario que coge el ascensor en una planta, se traslada a otra.

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 & 0 \end{pmatrix}$$

El tiempo que tarda el ascensor en hacer el recorrido (independientemente de si está parado o vacío o el número de plantas recorridas) es exponencial de media 10 minutos. El usuario llega al ascensor, si éste no está en su planta debe llamarlo antes de que se vaya. El tiempo que tarda el ascensor en hacer el recorrido (independientemente de si está parado o vacío o el número de plantas recorridas) es exponencial de media 10 minutos.

Tratar el sistema como una cadena de Markov en tiempo continuo. Resolver sus ecuaciones de equilibrio. Calcular el porcentaje de tiempo que el ascensor está parado (no calcular).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ar el sistema como una cadena de Markov en tiempo continuo consideremos tados:

- PB : el ascensor está parado en la planta B,
- P1 : el ascensor está parado en la planta 1,
- P2 : el ascensor está parado en la planta 2,
- OB : el ascensor va ocupado a la planta B,
- O1 : el ascensor va ocupado a la planta 1,
- O2 : el ascensor va ocupado a la planta 2,
- VB : el ascensor va vacío a la planta B,
- V1 : el ascensor va vacío a la planta 1,
- V2 : el ascensor va vacío a la planta 2.

llegada de los usuarios a cada planta siguen exponenciales de parámetro: $\frac{1}{300}$ usuarios/seg (para la planta baja), $\lambda_1 = \frac{1}{7 \times 60} = \frac{1}{420}$ usuarios/seg.

1^a) y $\lambda_2 = \frac{1}{9 \times 60} = \frac{1}{540}$ usuarios/seg. (para la planta 2^a).

te tarda el ascensor en hacer un trayecto sigue una exponencial de parámetro:

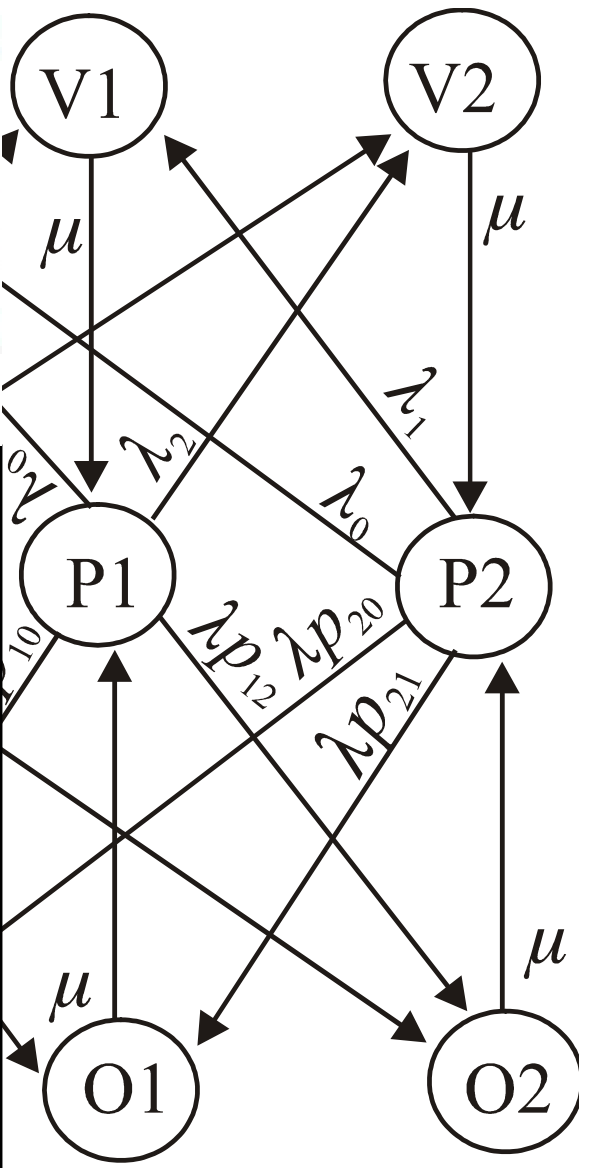
$$\mu = \frac{1}{10}.$$

siciones entre estados seguirán las siguientes tasas: $\lambda_i p_{ij}$ (si la transición lo P_i y el O_j) y λ_j (si la transición es entre el estado P_i y el V_j).

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$P = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.6 & 0.4 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 & 0 \end{pmatrix}.$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

iones de equilibrio son

$$\frac{1}{10}\pi_{VB} = \frac{1}{300}\pi_{P1} + \frac{1}{300}\pi_{P2}$$

$$\frac{1}{10}\pi_{V1} = \frac{1}{420}\pi_{PB} + \frac{1}{420}\pi_{P2}$$

$$\frac{1}{10}\pi_{V2} = \frac{1}{540}\pi_{PB} + \frac{1}{540}\pi_{P1}$$

$$\left(\frac{1}{420} + \frac{1}{540} + \frac{0.6}{300} + \frac{0.4}{300}\right)\pi_{PB} = \frac{1}{10}\pi_{VB} + \frac{1}{10}\pi_{OB}$$

$$\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{540} + \frac{0.8}{420} + \frac{0.2}{420}\right)\pi_{P1} = \frac{1}{10}\pi_{V1} + \frac{1}{10}\pi_{O1}$$

$$\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{420} + \frac{0.3}{540} + \frac{0.7}{540}\right)\pi_{P2} = \frac{1}{10}\pi_{V2} + \frac{1}{10}\pi_{O2}$$

$$\frac{1}{10}\pi_{OB} = \frac{0.8}{420}\pi_{P1} + \frac{0.3}{540}\pi_{P2}$$

$$\frac{1}{10}\pi_{O1} = \frac{0.6}{300}\pi_{PB} + \frac{0.7}{540}\pi_{P2}$$

$$\frac{1}{10}\pi_{O2} = \frac{0.4}{300}\pi_{PB} + \frac{0.2}{300}\pi_{P1}$$

$$\pi_{VB} + \pi_{V1} + \pi_{V2} + \pi_{PB} + \pi_{P1} + \pi_{P2} + \pi_{OB} + \pi_{O1} + \pi_{O2} = 1$$

aje de tiempo que el ascensor está parado es $\pi_{PB} + \pi_{P1} + \pi_{P2}$.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70