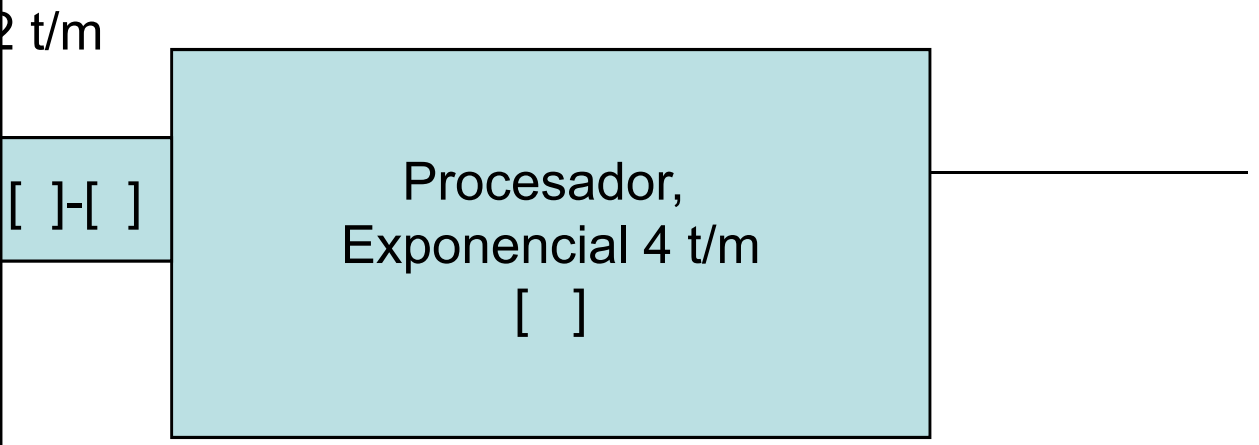


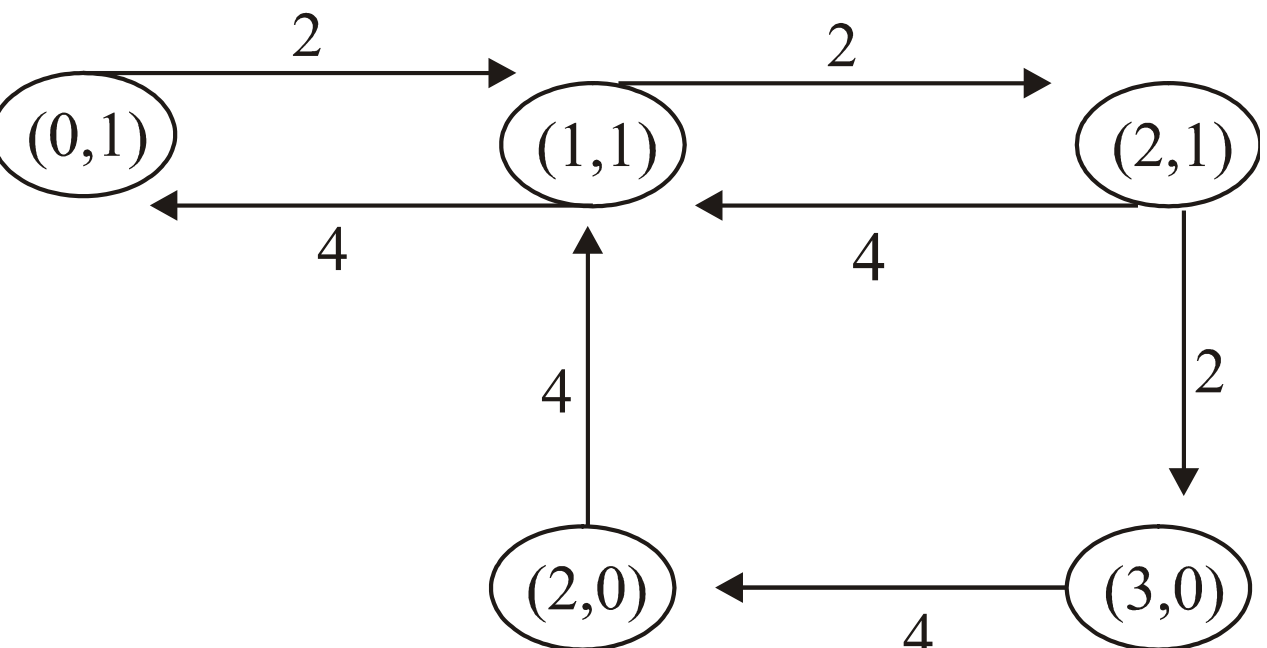
adador le llegan trabajos según un proceso de Poisson de tasa 2 trabajos
 El procesador los procesa en un tiempo exponencial de tasa 4 trabajos
 Sin embargo, cuando hay 3 trabajos en el sistema éste se bloquea y no
 ntrada de trabajos hasta que no haya ningún trabajo en la cola. En ese
 s decir, cuando en el sistema tan sólo se encuentra el trabajo que está
 adador, es cuando el sistema se desbloquea y vuelve a permitir la entrada
 ¿Cuál es la proporción de mensajes bloqueados a largo plazo?



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

da estado lo representaremos por los valores (X_t, Y_t) donde X_t representa trabajos que hay en el instante t , $X_t = 0, 1, 2, 3$, e Y_t representa el estado aliendo 0 cuando el sistema está bloqueado y 1 cuando no lo está. Así el ransición es



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

la proporción de mensajes bloqueados a largo plazo, es decir, $\pi_{2,0} + \pi_{3,0}$.
 Este valor es necesario calcular la distribución estacionaria, que se obtiene
 sistema de ecuaciones de equilibrio siguiente

$$\left. \begin{aligned} \pi_{1,1} &= \frac{1}{2}\pi_{0,1} \\ \pi_{2,1} &= \frac{1}{6}\pi_{0,1} \\ \pi_{3,0} &= \frac{1}{12}\pi_{0,1} \\ \pi_{2,0} &= \frac{1}{12}\pi_{0,1} \\ \pi_{0,1} &= \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)^{-1} = \frac{6}{11} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2\pi_{0,1} + 4\pi_{2,1} + 4\pi_{2,0} &= 2\pi_{1,1} \\ \pi_{2,1} + \pi_{3,0} + \pi_{2,0} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

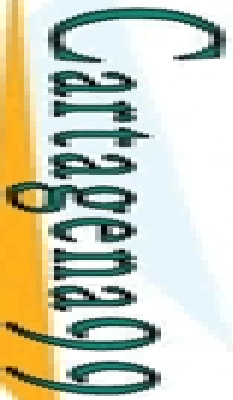
proporción de mensajes bloqueados a largo plazo es

$$\pi_{2,0} + \pi_{3,0} = \frac{1}{22} + \frac{1}{22} = \frac{1}{11} \simeq 0.09,$$

es decir, aproximadamente el 9%.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagenag9 features the text 'Cartagenag9' in a stylized, green, cursive font. The letters are slightly shadowed and appear to be floating above a light blue, abstract shape that resembles a stylized '9' or a similar character. The background behind the text is a gradient of light blue and white.

un servicio de reparación de electrodomésticos a domicilio atiende localidades de Aranjuez y Ocaña. En cada servicio tarda una media de t minutos. Este tiempo varía siguiendo una distribución exponencial. Una vez que un técnico termina un servicio, el operario se desplaza inmediatamente al siguiente domicilio que deba servir. Los servicios se atienden en riguroso orden de llegada a la localidad. El volumen es tal que siempre hay algún servicio que atender. Los tiempos de desplazamiento de un domicilio a otro también son variables, habiéndose observado que el tiempo de desplazamiento es entre dos domicilios de Aranjuez el tiempo medio es de 15 minutos y si el desplazamiento debe realizarse entre domicilios de Aranjuez y Ocaña 10 minutos y si el desplazamiento debe realizarse entre domicilios de Ocaña y Aranjuez es de 30 minutos. Todos estos tiempos pueden considerarse que siguen una distribución exponencialmente decreciente. Estadísticamente se ha comprobado que el volumen de servicios que se atienden en Aranjuez es el triple de los procedentes de Ocaña.

Problemas:

1. Modelizar la actividad del técnico como un proceso de Markov.

2. Determinar el porcentaje de tiempo que el técnico empleará en desplazamientos.

3. Si se supone una dedicación de 160 horas mensuales, ¿cuál será el número medio de servicios que atenderá el técnico en un mes?

4. Una vez que acaba un servicio en Aranjuez, ¿qué tiempo medio transcurrirá hasta que termine otro en Ocaña?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ico efectuando una reparación en Aranjuez,
 nico desplazándose entre dos domicilios de Aranjuez,
 nico desplazándose desde un domicilio de Aranjuez a otro de Ocaña,
 ico efectuando una reparación en Ocaña,
 nico desplazándose entre dos domicilios de Ocaña,
 nico desplazándose desde un domicilio de Ocaña a otro de Aranjuez.

finición, las tasas de permanencia en cada uno de los estados, expresadas en
 (para el estado A), 0.5 (para el estado O), 4 (para el estado AA), 6 (para
 2 (para el estado AO) y 2 (para el estado OA).

z de probabilidades de transición es

$$\begin{matrix} & A & O & AA & OO & AO & OA \\ \begin{matrix} A \\ O \\ AA \\ OO \\ AO \\ OA \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.75 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

e gráfico muestra el diagrama de transición resultante

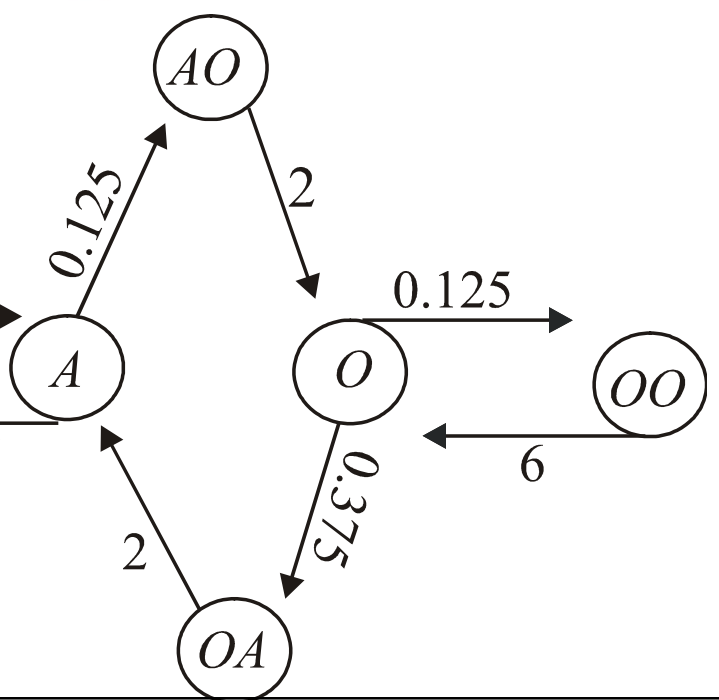
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\begin{aligned} \pi_{AA} &= \frac{864}{14368} \approx 0.06 \\ \pi_{OA} &= \frac{288}{7184} \approx 0.04 \\ \pi_{AO} &= \frac{288}{7184} \approx 0.04 \\ \Rightarrow \pi_O &= \frac{288}{1347} \approx 0.214 \\ \pi_{OO} &= \frac{288}{64656} \approx 0.004 \\ \pi_A &= \frac{288}{449} \approx 0.641 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_{AA} &= \frac{3}{32} \pi_A \\ \pi_{OA} &= \frac{1}{16} \pi_A \\ \pi_{AO} &= \frac{1}{16} \pi_A \\ \Rightarrow \pi_O &= \frac{1}{3} \pi_A \\ \pi_{OO} &= \frac{1}{144} \pi_A \\ \pi_A &= \left(1 + \frac{3}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{3} + \frac{1}{144} \right)^{-1} = \frac{288}{449} \end{aligned}$$

$\left. \begin{array}{l} \pi_{OA} \\ \pi_{AO} \end{array} \right\} \Rightarrow$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ntaje de tiempo que el técnico empleará en desplazamiento es

$$\pi_A + \pi_{AO} + \pi_{OA} + \pi_{OO} \simeq 0.06 + 0.04 + 0.04 + 0.004 = 0.144.$$

Por el número de servicios calcularemos el tiempo efectivo de trabajo que
 por

$$(\pi_A + \pi_O) \times 160 \simeq 0.855 \times 160 = 136.8 \text{ horas.}$$

Si un servicio dura 2 horas se tendrá que el número de servicios será

$$\frac{136.8}{2} = 68.4 \text{ servicios.}$$

Para la esperanza del tiempo solicitado (T_{AO}) consideramos el caso en que a la
 estación se va directamente a Ocaña ($A \rightarrow O$), y el caso en que se atiende otro
 cliente en la estación de Ocaña (anjuanés ($A \rightarrow A$)).

$$\begin{aligned} E[T_{AO} | A \rightarrow O] P(A \rightarrow O) + E[T_{AO} | A \rightarrow A] P(A \rightarrow A) = \\ \left(\frac{1}{2} + 2\right) \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + 2 + E[T_{AO}]\right) \frac{3}{4} = \\ \frac{5}{8} + \frac{27}{16} + \frac{3}{4} E[T_{AO}] \Rightarrow \frac{1}{4} E[T_{AO}] = \frac{37}{16} \Rightarrow E[T_{AO}] = \frac{37}{4} = 9.25 \text{ horas.} \end{aligned}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

... precisa para su funcionamiento de 2 componentes de tipo A y 1 de tipo B sujetas a fallos. Todas las componentes se averían al cabo de un tiempo de funcionamiento exponencial, de media 1/2 hora para las componentes de tipo A y de media 1/15 hora para las componentes de tipo B. Reponer una componente requiere un tiempo de funcionamiento exponencial, de media 1/12 de hora si es de tipo A y de media 1/15 de hora si es de tipo B.

... empieza funcionando, determinar:

... po que se espera que esté funcionando en un intervalo de tiempo de 7

... orción de piezas de tipo A y B que conviene tener de repuesto para atender a las averías. El gasto medio en averías si se han averiado 27 componentes de tipo A y B cuesta 1000 y 1100 euros, respectivamente

... vería de la máquina se prolonga por encima de los 6 minutos el fallo será considerado severo, ¿cuál es la probabilidad de que cuando se produce un fallo sea considerado severo?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

otemos con $X(t)$ el estado de la máquina en el instante t y definamos los

0 : máquina funciona,

1 : máquina con una componente A averiada,

2 : máquina con una componente B averiada.

problema puede ser representado como una cadena de Markov en tiempo
 las tasas de permanencia en cada estado son:

$$v_0 = 2 + 2 + 1 = 5, \quad v_1 = 12 \quad \text{y} \quad v_2 = 15,$$

probabilidades de transición

$$P_{01} = P(\min\{X_{A_1}, X_{A_2}\} < X_B) = \frac{2+2}{2+2+1} = 4/5,$$

$$P_{02} = P(\min\{X_{A_1}, X_{A_2}\} > X_B) = \frac{1}{2+2+1} = 1/5,$$

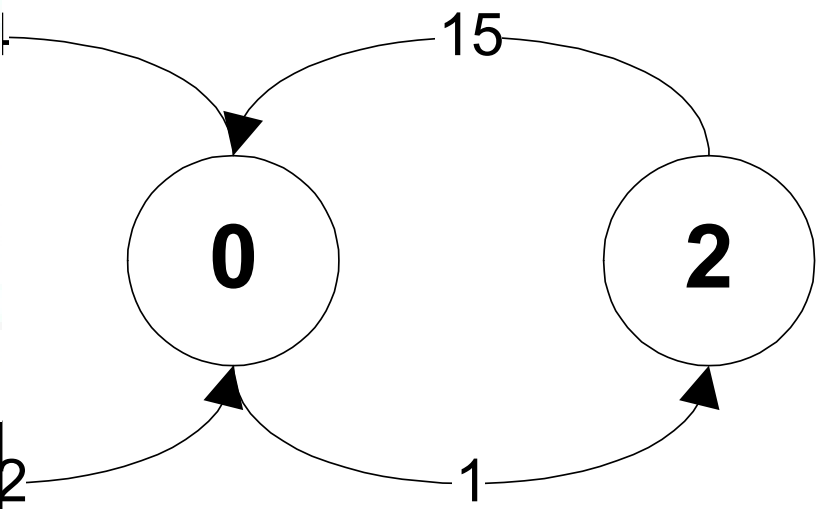
$$P_{10} = 1 = P_{20}.$$

X_{A_1} y X_{A_2} son los tiempos que tardan en averiarse cada una de las componentes A
 los cuales siguen una distribución exponencial de tasa $1/2$ y X_B el tiempo
 en el que se averiara la componente B . Por lo tanto, las tasas instantáneas de transición

$$q_{01} = v_0 P_{01} = 5 \times 4/5 = 4, \quad q_{10} = v_1 P_{10} = 12 \times 1 = 12,$$

$$q_{02} = v_0 P_{02} = 5 \times 1/5 = 1, \quad q_{20} = v_2 P_{20} = 15 \times 1 = 15.$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



ecuaciones de equilibrio son:

$$\left. \begin{aligned}
 \pi_0 &= 12\pi_1 + 15\pi_2 \\
 \pi_1 &= 4\pi_0 \\
 \pi_2 &= \pi_0 \\
 \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 &= 1
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned}
 \pi_1 &= \frac{4}{12}\pi_0 \\
 \pi_2 &= \frac{1}{15}\pi_0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned}
 \pi_0 &= \frac{1}{1 + 4/12 + 1/15} = \frac{5}{7}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned}
 \pi_1 &= \frac{4}{12}\pi_0 = \frac{5}{21} \\
 \pi_2 &= \frac{1}{15}\pi_0 = \frac{1}{21}
 \end{aligned} \right\}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

), el tiempo que se espera que esté funcionando en un intervalo de tiempo $\times \pi_0 = 7 \times 5/7 = 5$ horas.

in de repuestos necesarios vendrá dada por la probabilidad de que cuando fallo este sea de cada uno de los tipos previstos.

orción de repuestos tipo A , sería $P_{01} = 4/5$ y la de tipo B $P_{02} = 1/5$.

roducido 27 averías y sabemos que la proporción de averías del tipo A son ción de averías del tipo B son $1/5$ tenemos que el gasto medio en las 27

$$27 \times 4/5 \times 1000 + 27 \times 1/5 \times 1100 = 27540 \text{ euros.}$$

mos X_A y X_B las variables aleatorias que miden la duración de las reparaciones de los tipos de avería, sabemos que siguen distribuciones exponenciales $\lambda = 10$ y $\lambda = 15$, respectivamente. Así,

$$P\{X_A > 0.1\} = e^{-12 \times 0.1} = 0.301$$

$$P\{X_b > 0.1\} = e^{-15 \times 0.1} = 0.223$$

), teniendo en cuenta la distribución de los fallos de cada uno de los tipos tendríamos que la probabilidad de fallo severo es

$$4/5 \times 0.301 + 1/5 \times 0.223 = 0.286$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

-- --

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70