

Problema 1. Hallar el dominio de las siguientes funciones

a) $z = \ln(1 - x^2 - y^2)$, b) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, c) $z = \frac{1}{1 - x^2 - y^2}$, d) $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

Problema 2. Dada la función $z = x^2y - 2xy^2$, hallar el incremento de z , razonar si la función es o no diferenciable. Hallar la diferencial.

Problema 3. Dada la función $z = x^2y + xy^2$ y el vector unitario $\vec{u} = (a, b)$, calcular la derivada direccional en la dirección de \vec{u} .

Problema 4. Si $x = \rho \cos(\theta)$ e $y = \rho \sin(\theta)$, mostrar que $\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial \rho}\right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right)^2$.

Problema 5. Verificar que $f_{xy} = f_{yx}$ para las siguientes funciones, indicando los posibles puntos excepcionales y estudiando tales puntos:

a) $\frac{2x-y}{x+y}$, b) $x \cdot \text{Tag}(xy)$, c) $\text{Cosh}(y + \text{Cos}(x))$.

Problema 6. Demostrar que $Y = f(x+at) + g(x-at)$ satisface la ecuación $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = a^2 \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}\right)$

Problema 7. Calcular aproximadamente mediante diferenciales $\sqrt[5]{3 \cdot 8^2 + 2(2 \cdot 1)^3}$

Problema 8. El diámetro de un cilindro circular recto es de $6'0 \pm 0'03$ cm. y su altura es de $4'0 \pm 0'02$ cm. según las medidas efectuadas. Calcular el volumen mediante diferenciales.

Problema 9. Demostrar que si $f(x)$ es una función diferenciable, la función $z = f(x^2y)$ satisface la ecuación $x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = 2y \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$

Problema 10. Sea $F(x, y)$ diferenciable. Si para todo parámetro λ y cierta constante p se cumple $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^p F(x, y)$ idénticamente, demostrar que $x \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right) + y \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right) = pF$.

Problema 11. Si $F(x, y) = 0$, demostrar que $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{F_{xx} \cdot F_y^2 - 2 F_{xy} F_x F_y + F_{yy} \cdot F_x^2}{F_y^3}$

Problema 12. Calcular la derivada $\frac{dy}{dx}$ de la función $y(x)$ dada implícitamente por la ecuación $\ln(x^2 + y^2) - \text{Atan}\left(\frac{y}{x}\right) = 0$ en el punto $A(1, 0)$.

Problema 13. Supongamos que la ecuación $y^2 + xz + z^2 - e^z - c = 0$ define c tal que $f(0, e) = 2$. Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en el punto $(x, y) = (0, e)$.

Problema 14. Hallar el vector gradiente en los siguientes casos:

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 \text{Sen}(xy)$, b) $f(x, y, z) = x^2 y^3 z^4$, c) $f(x, y, z) = \ln(x^2 + 2y^2 - 3z^2)$

Problema 15. Calcular las derivadas direccionales de las funciones, en los puntos y direcciones dadas:

a) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 - 3z^2$ en el punto $A(1, 1, 0)$ en la dirección $\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.

b) $f(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$ en el punto $A(1, 1, 1)$ en la dirección $2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

Problema 16. Encontrar las derivadas direccionales de las siguientes funciones en los puntos indicados y en las direcciones que sean máximas:

a) $z = 4x^2 + 9y^2$ en $A(2, 1)$, b) $z = x^2 + xy + y^2$ en $A(1, -1)$.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70