Control y Automatización, IOI

Tema 2: Respuesta temporal de sistemas continuos (I)

la respuesta de un sistema es la suma de la respuesta forzada
(también llamada respuesta estacionaria o solución particular)
y la respuesta natural (solución homogénea)

Para encontrar la respuesta de un sistema de control podemos resolver la ecuación diferencial…… o podemos representar el sistema mediante su función de transferencia y calcular su transformada inversa de Laplace…pero también podemos evaluar cualitativamente cuál es la respuesta de un sistema simplemente analizando los polos y los ceros del sistema

los polos de la señal de entrada determinan la respuesta forzada
los polos de la función de transferencia determinan la respuesta natural

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

¿qué significa lo anterior?

En la Sesión #1 de MATLAB resolviste la respuesta de un sistema a una entrada constante:

$$H_2(s) = \frac{20}{s^2 + 6s + 144}$$

a partir de estos polos, del tema anterior ya sabemos que la respuesta natural del sistema será la convolución de una exponencial decreciente con una función oscilante

polos de $H_2(s) : -3 \pm 3\sqrt{15}i$

$$C_2(s) = \frac{20}{s(s^2 + 6s + 144)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + 6s + 144}$$

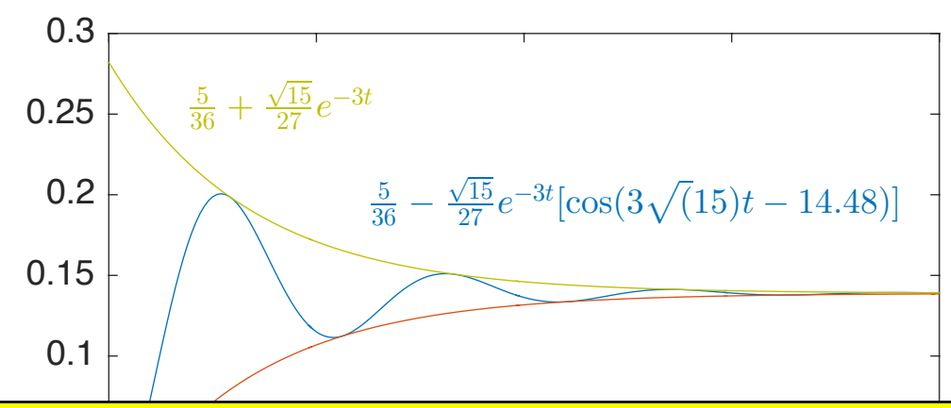
respuesta forzada

respuesta natural

$$c_2(t) = \frac{5}{36} - \frac{5}{36}e^{-3t}[\cos(3\sqrt{15}t) + \frac{\sqrt{15}\sin(3\sqrt{15}t)}{15}]$$

$$= \frac{5}{36} - \frac{\sqrt{15}}{27}e^{-3t}\cos[(3\sqrt{15}t - 14.48)]$$

explica la forma gráfica de la solución a partir de la expresión de c(t)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

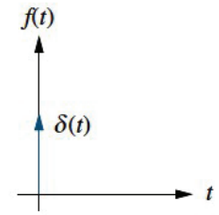
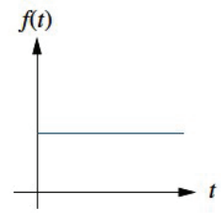
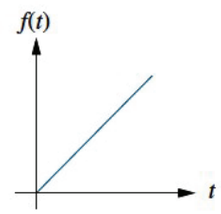
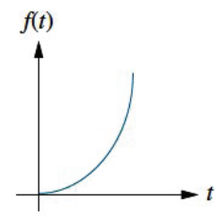
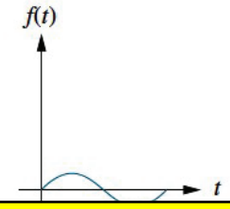
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Tipos de formas de onda de entrada utilizados en sistemas de control:

TABLE 1.1 Test waveforms used in control systems

Input	Function	Description	Sketch	Use
Impulse	$\delta(t)$	$\delta(t) = \infty$ for $0- < t < 0+$ $= 0$ elsewhere $\int_{0-}^{0+} \delta(t)dt = 1$		Transient response Modeling
Step	$u(t)$	$u(t) = 1$ for $t > 0$ $= 0$ for $t < 0$		Transient response Steady-state error
Ramp	$tu(t)$	$tu(t) = t$ for $t \geq 0$ $= 0$ elsewhere		Steady-state error
Parabola	$\frac{1}{2}t^2u(t)$	$\frac{1}{2}t^2u(t) = \frac{1}{2}t^2$ for $t \geq 0$ $= 0$ elsewhere		Steady-state error
Sinusoid	$\sin \omega t$			Transient response Modeling Steady-state error

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

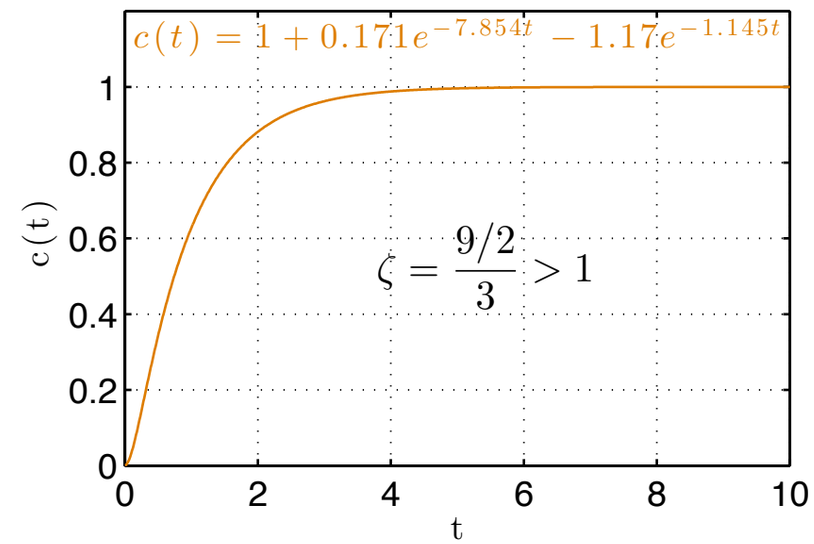
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Tipos de respuesta temporal de sistemas de segundo orden

consideramos respuesta a una función escalón: $R(s) = \frac{1}{s}; C(s) = G(s) \cdot R(s)$

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 9s + 9}$$

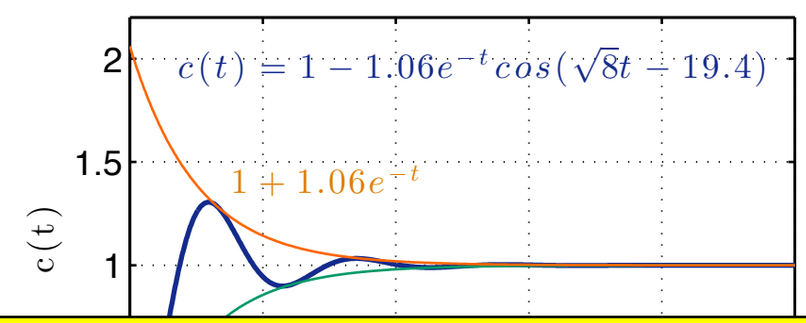
$$C(s) = \frac{9}{s(s^2 + 9s + 9)} \Rightarrow c(t)$$



¿polos de la función de transferencia en cada caso?

$$\zeta = \frac{2/2}{3} < 1$$

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 2s + 9}$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

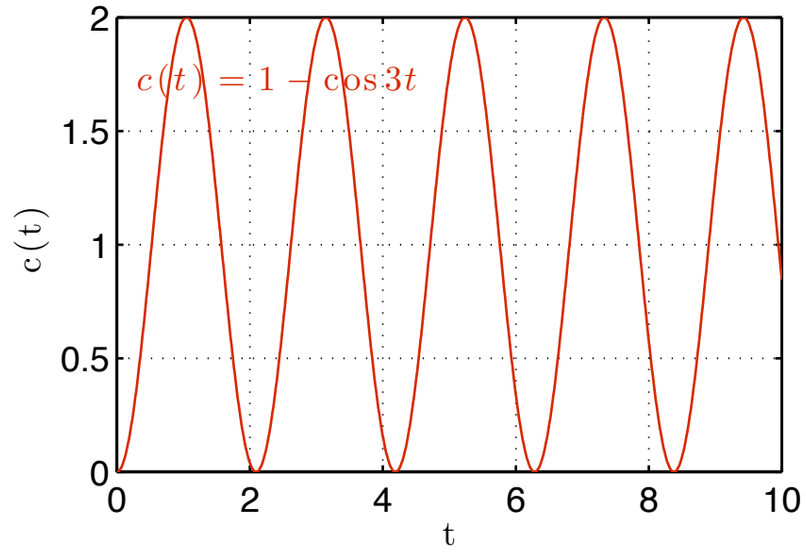
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

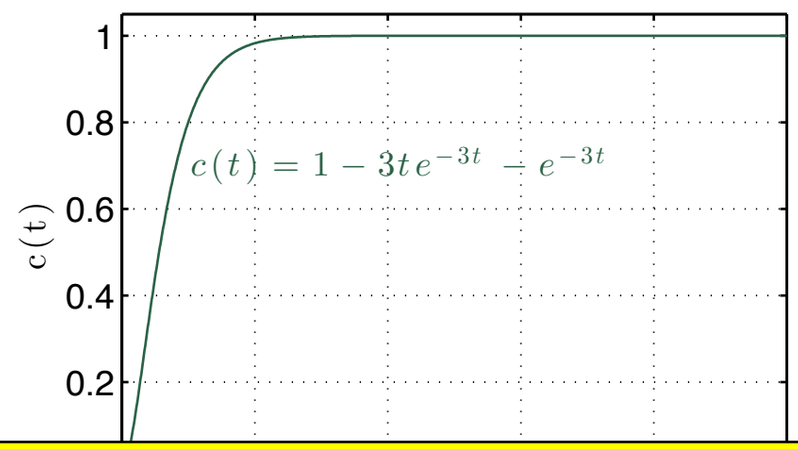
$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 9}$$

$$\zeta = 0$$



$$\zeta = \frac{6/2}{3} = 1$$

$$G(s) = \frac{9}{s^2 + 6s + 9}$$

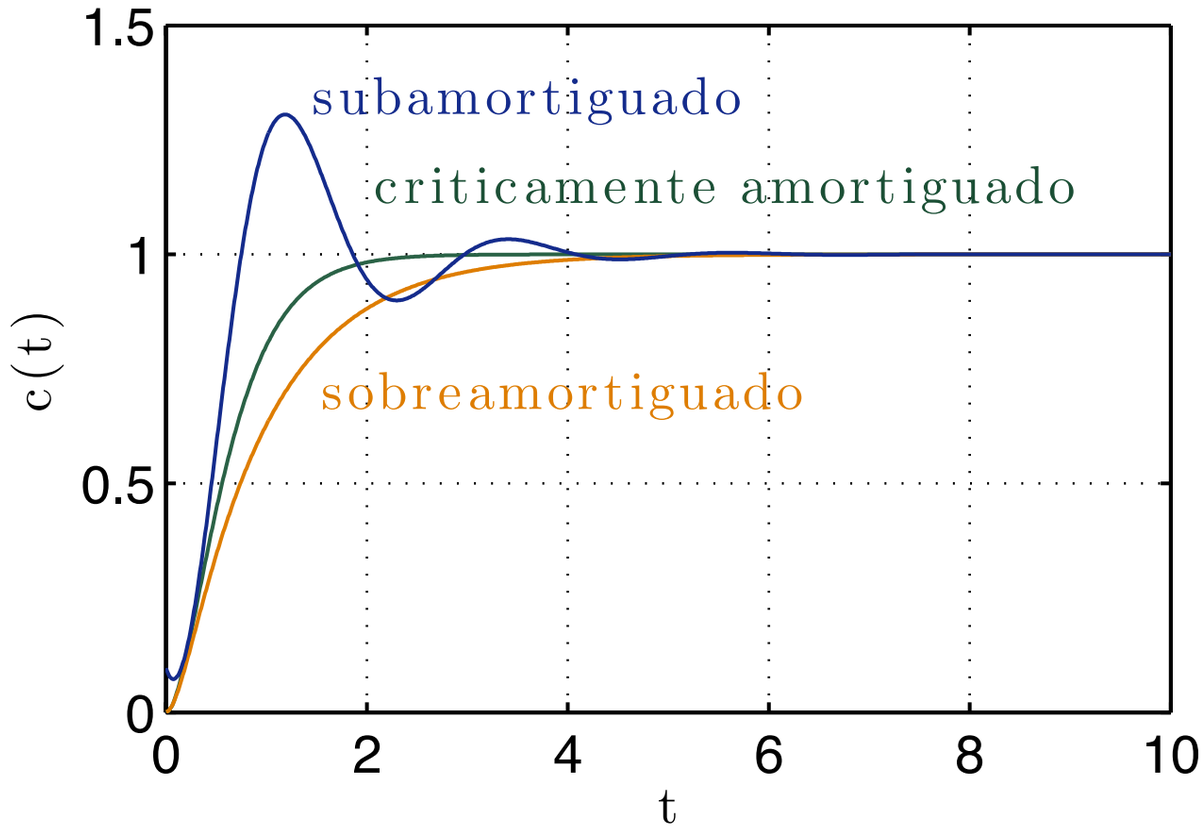


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



¿qué relación existe entre la respuesta transitoria del sistema y los polos de su función de transferencia?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Definimos razón de amortiguamiento: ζ

los casos anteriores se pueden caracterizar a partir de este coeficiente

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}$$

$$\zeta = \frac{\text{frecuencia de amortiguamiento}}{\text{frecuencia natural de oscilacion}} = \frac{a/2}{\sqrt{b}}$$

¿sabes explicar por qué tiene esta expresión?

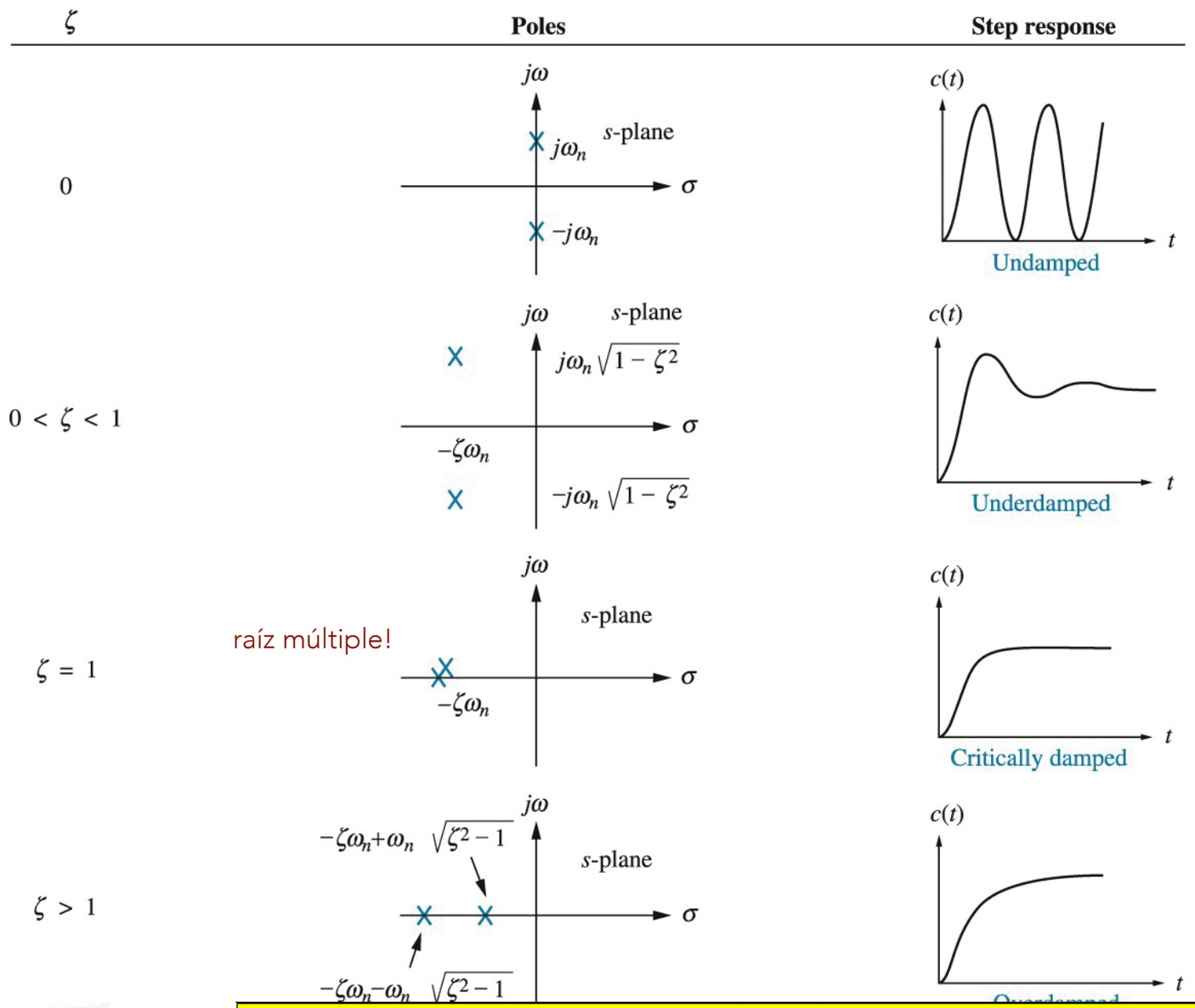
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

tipos de respuesta de los sistemas de segundo orden a una función escalón en función de la razón de amortiguamiento:



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

En la sesión #2 de MATLAB trabajarás con los siguientes parámetros que caracterizan la respuesta temporal:

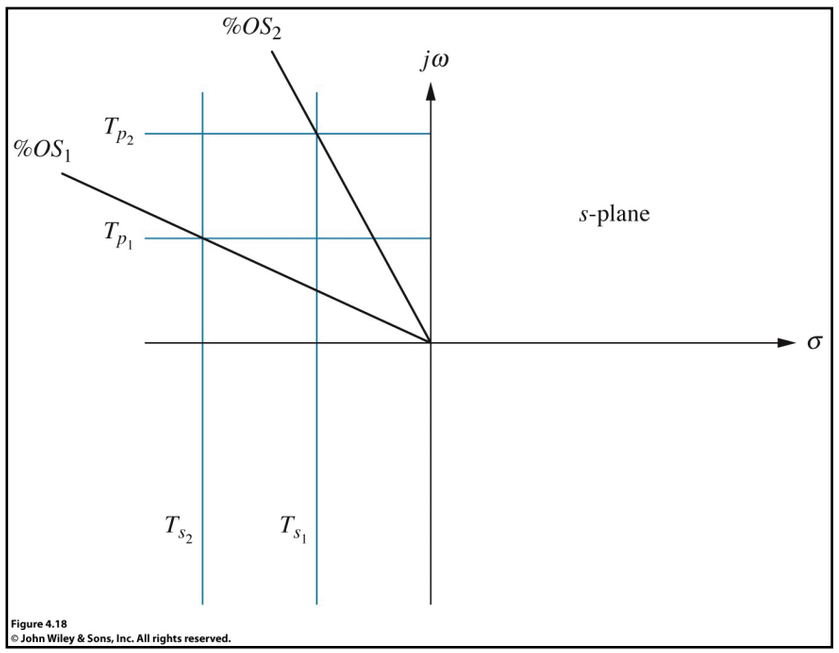
T_r, Rise time

T_p, Peak time

$\%OS$, Percent overshoot

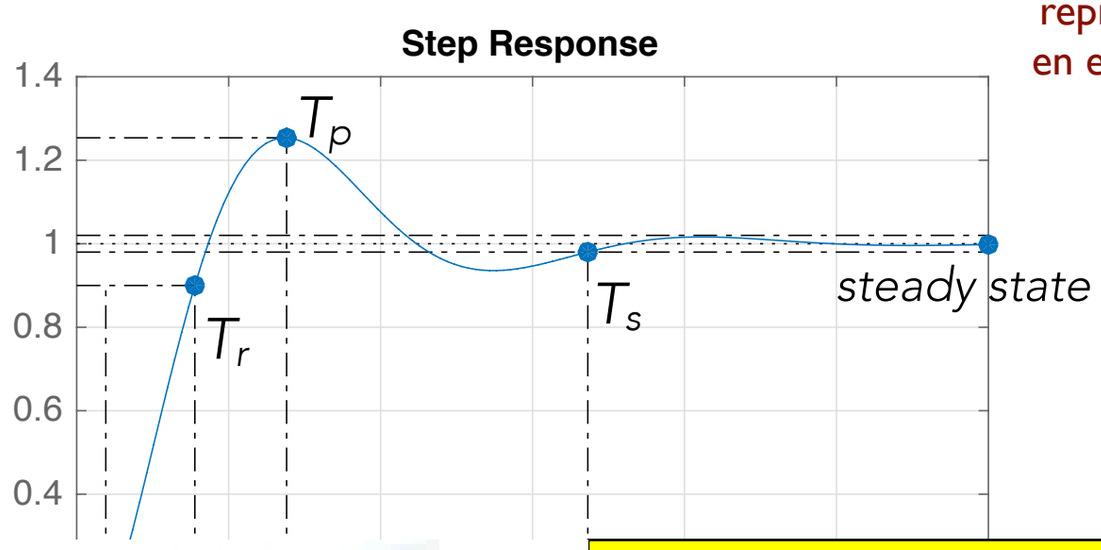
T_s, Settling time

Steady state



representación de líneas de T_p, T_s y $\%OS$ constante en el plano s

(T_s tiene esa representación en su forma aproximada!!)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$G(s) = \frac{20}{s^2 + 8s + 20}$$

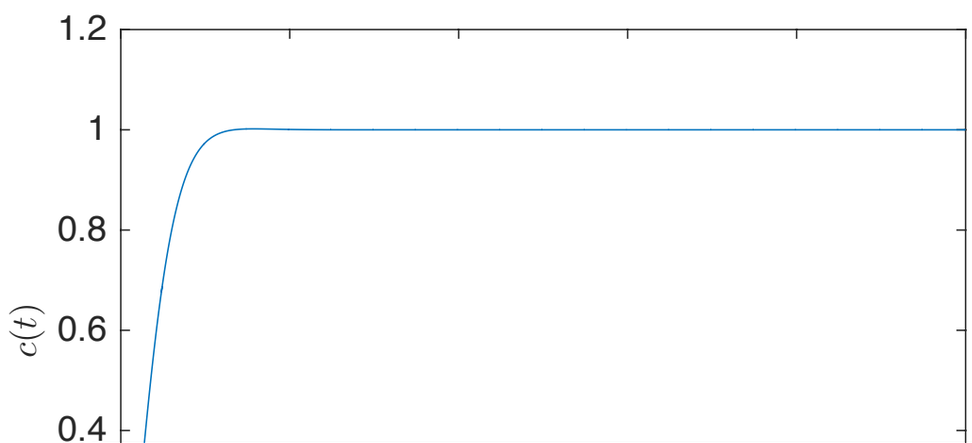
¿qué tipo de sistema es?

¿cuál es el valor de su coeficiente de amortiguamiento?

Respuesta del sistema a una función escalón:

$$C(s) = \frac{20}{s(s^2 + 8s + 20)}$$

$$c(t) = 1 - e^{-4t}(\cos(2t) + 2\sin(2t))$$

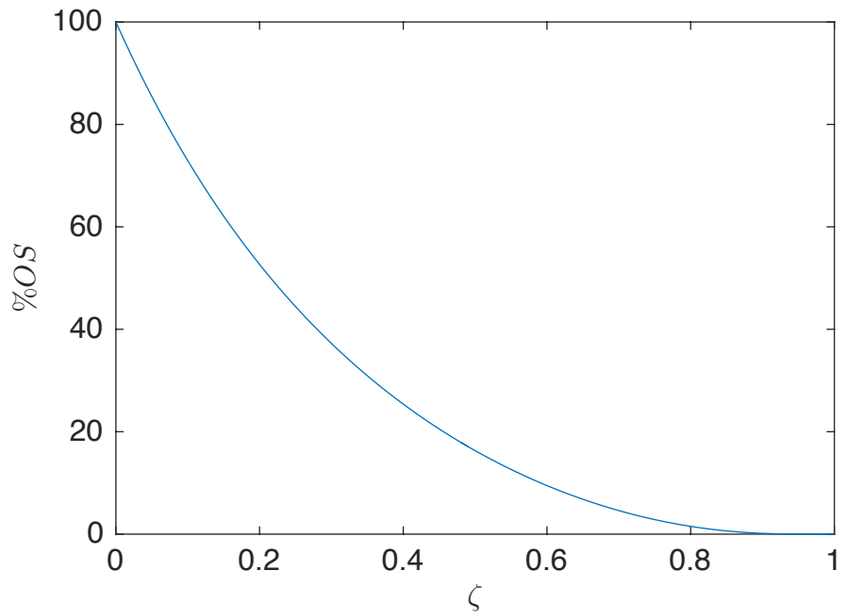


es la gráfica
que esperabas??

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\%OS = 100 \cdot e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

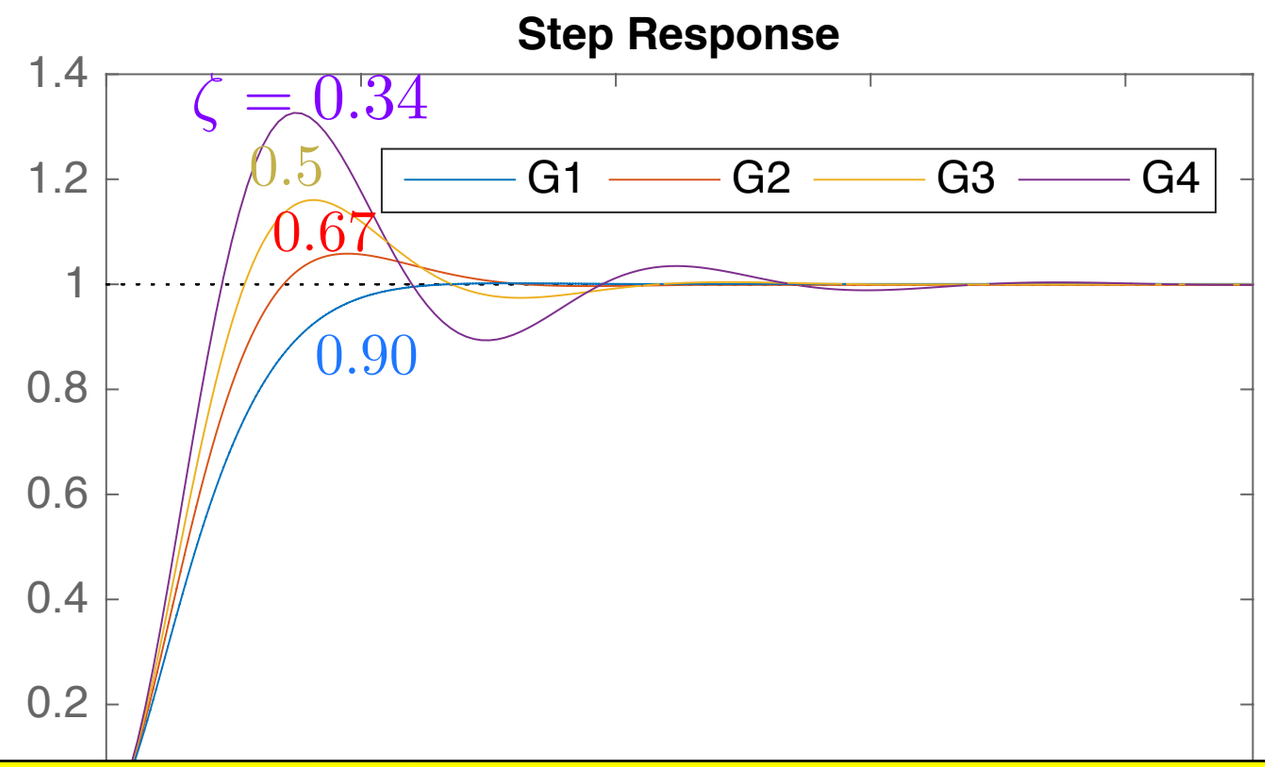


dependencia de %OS con ζ

$$G_1 = \frac{20}{s^2 + 8s + 20}$$

$$G_2 = \frac{20}{s^2 + 6s + 20}$$

$$G_3 = \frac{20}{\ldots}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Respuesta de sistemas con polos adicionales (sin ceros)

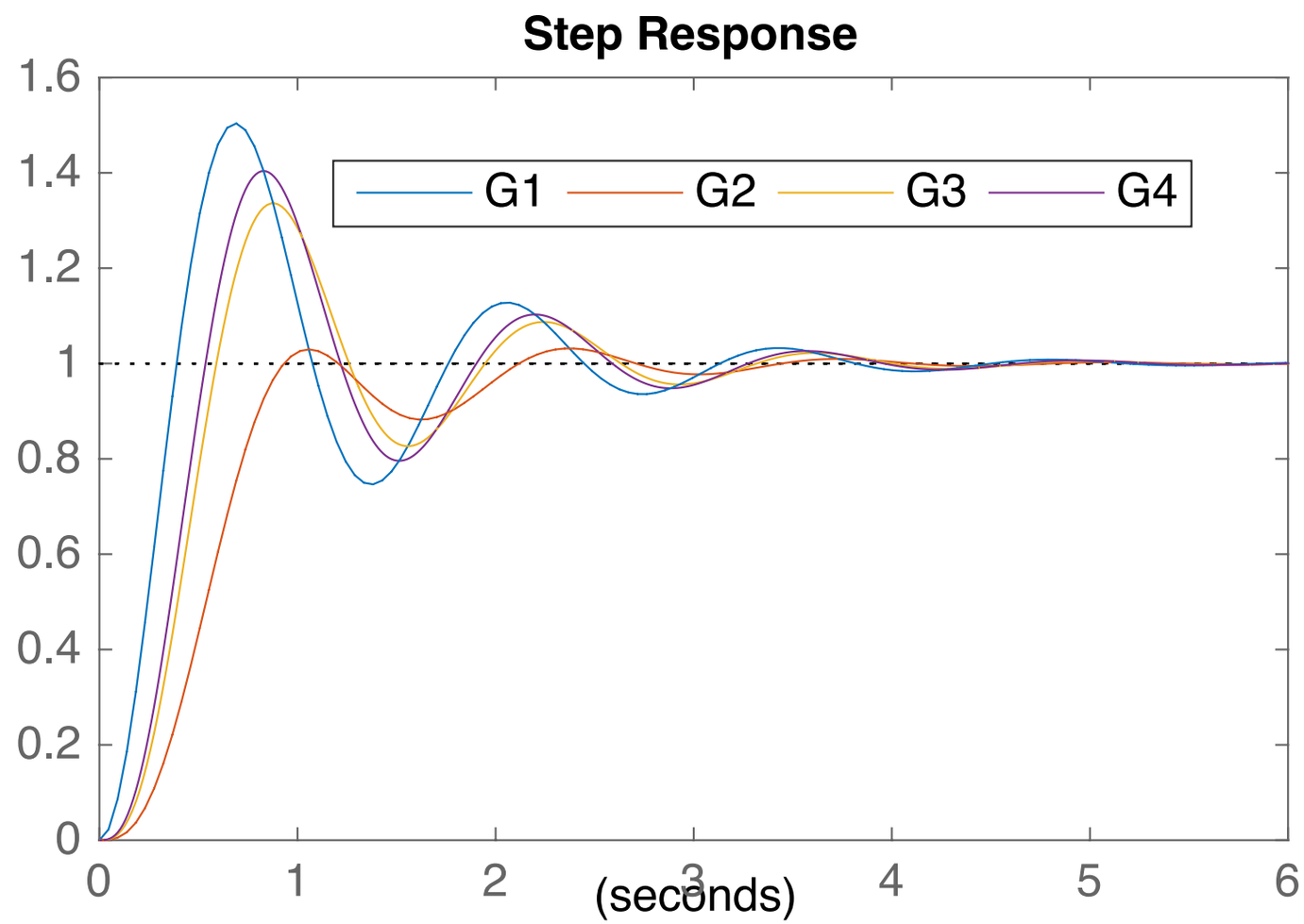
consideramos respuesta a una función escalón: $R(s) = \frac{1}{s}; C(s) = G(s) \cdot R(s)$

$$G_1 = \frac{22}{s^2 + 2s + 22}$$

$$G_2 = \frac{44}{(s+2)(s^2 + 2s + 22)}$$

$$G_3 = \frac{110}{(s+5)(s^2 + 2s + 22)}$$

$$G_4 = \frac{154}{(s+7)(s^2 + 2s + 22)}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

9. ¿Cómo describes el efecto de la adición de un tercer polo?

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

si calculamos mediante transformada inversa de Laplace las funciones respuesta, c(t), de la transparencia anterior

$$c_1(t) = 1 - e^{-t}[\cos(\sqrt{21}t) + \frac{\sqrt{21}}{21}\sin(\sqrt{21}t)]$$

$$c_2(t) = 1 - e^{-2t} - \frac{2}{21}\sqrt{21}e^{-t}\sin(\sqrt{21}t)$$

$$c_3(t) = 1 - \frac{22}{37}e^{-5t} - \frac{15}{37}e^{-t}[\cos(\sqrt{21}t) + \frac{25\sqrt{21}}{63}\sin(\sqrt{21}t)]$$

$$c_4(t) = 1 - \frac{22}{57}e^{-7t} - \frac{35}{57}e^{-t}[\cos(\sqrt{21}t) + \frac{9\sqrt{21}}{35}\sin(\sqrt{21}t)]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Respuesta de un sistema con ceros

$$(s+a)C(s) = \underline{sC(s)} + \underline{aC(s)}$$

derivada de la respuesta original

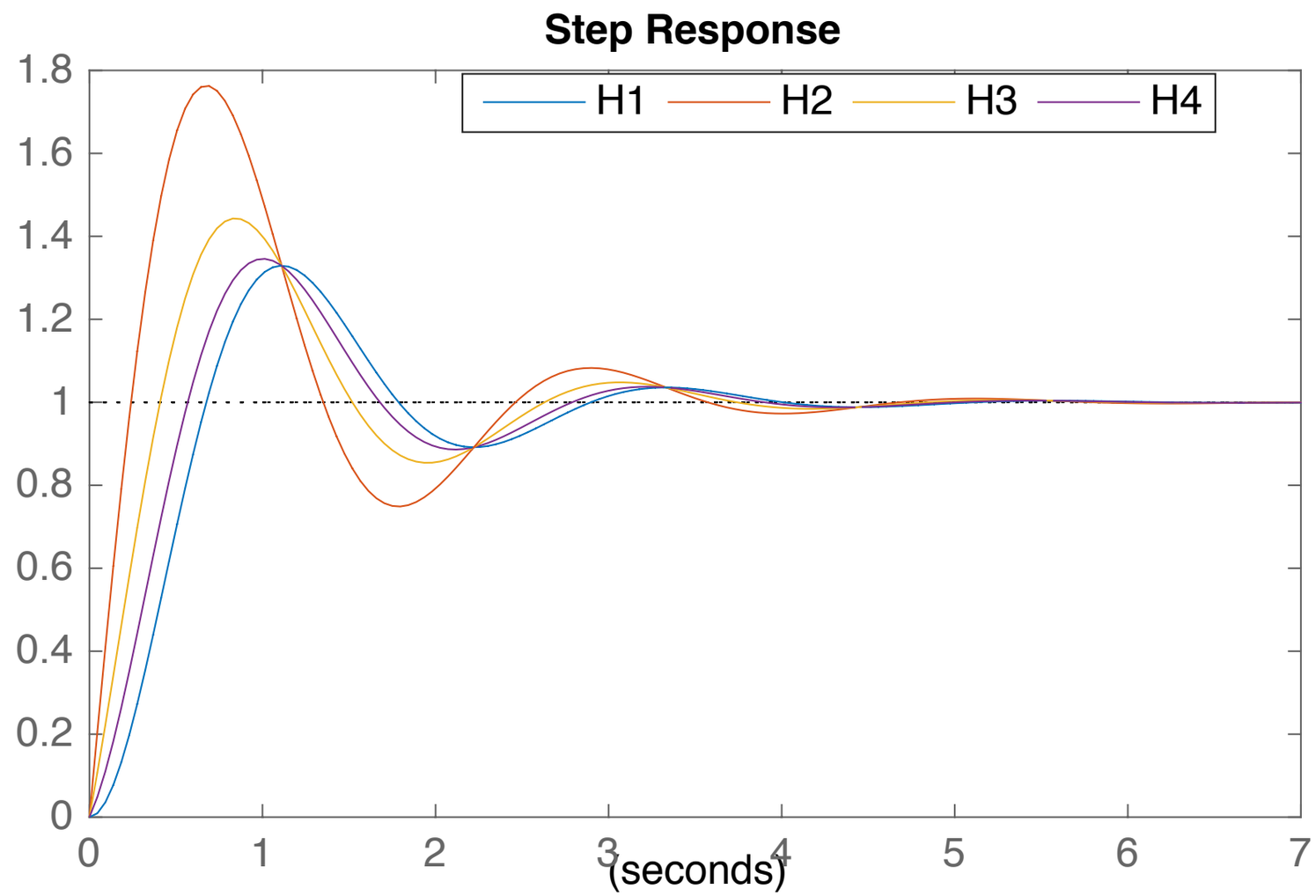
respuesta original multiplicada por *a*

$$H_1 = \frac{9}{s^2+2s+9}$$

$$H_2 = \frac{(9/2)(s+2)}{s^2+2s+9}$$

$$H_3 = \frac{3(s+3)}{s^2+2s+9}$$

$$H_4 = \frac{(9/10)(s+10)}{s^2+2s+9}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.