Universidad Rey Juan Carlos

Escuela / Facultad:

Campus

TITULACIÓN:

ASIGNATURA: RADIACIÓN Y PROPAGACIÓN

D.N.I.:

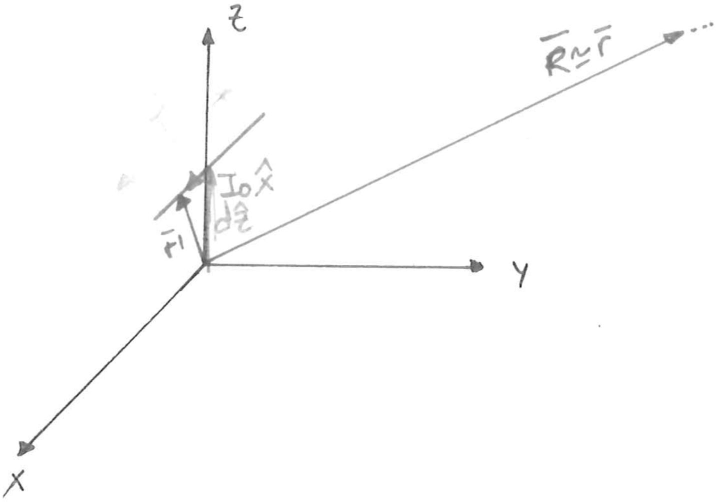
APELLIDOS: NOMBRE:

FECHA: MAYO 2018 CURSO: GRUPO:

PROBLEMA 2 : Dipolo de longitud h ($h \ll \lambda$) situado según eje x, paralelo al suelo y con su centro en $z = \lambda/4$.

a) Vector de radiación y campo radiado (distribución de corriente uniforme)

Definimos la geometría del problema:



$h \ll \lambda \rightarrow$ dipolo infinitesimal

- El tamaño del dipolo es despreciable con respecto a $\bar{r}'$

$\bar{r}' = d\hat{z} + \cancel{x'\hat{x}}^{\,0}$ (infinitesimal)

($d = \lambda/4$)

$\ell' = x' \longrightarrow d\ell' = dx'$

$\hat{\ell} = \hat{x}' = \hat{x}$ (en cartesianos los unitarios coinciden)

$I = I_o \hat{x}$ (fluye sobre el dipolo)

Además, piden campo radiado, campo lejano $\rightarrow$ se aplican las expresiones simplificadas y $R = |\bar{r} - \bar{r}'| \simeq r$ (amplitud) y $e^{-jkR} \simeq e^{-jkr - \bar{r}'\cdot\hat{r}}$ (fase) y $\hat{R} \simeq \hat{r}$ (dirección)

$\bar{r}' \cdot \hat{r} = d\hat{z} \cdot (\operatorname{sen}\theta \cos\phi\, \hat{x} + \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\phi\, \hat{y} + \cos\theta\, \hat{z}) = d\cos\theta$

Con las particularizaciones para la geometría y datos específicos, planteamos la ecuación del vector de radiación:

$$\bar{N}(\bar{r}) = \int_{d\ell'} I(\ell')\hat{\ell}' \cdot e^{-jk\bar{r}' \cdot \hat{r}}\, d\ell'$$

particularizando con lo anterior, se llega a una integral inmediata:

$$\bar N(\bar r) = \int_{dl'} I(\ell')\hat\ell'\, e^{jk(\bar r'\cdot\hat r)}\, d\ell' = \cancel{-\frac{\eta jk}{4\pi}} \int_{-h/2}^{h/2} I_o \hat x\, e^{jkd\cos\theta}\, dx'$$

$$\bar N(\bar r) = \cancel{-\frac{\eta jk}{4\pi}}\, I_o\, e^{-jkd\cos\theta}\, h\, \hat x = \cancel{-\frac{\eta jk}{4\pi}}\, I_o h\, e^{-jk_z d}\, \hat x$$

Puesto que el campo radiado ha de expresarse siempre en coordenadas esféricas:

$$\boxed{N(\bar r) = \cancel{-\frac{\eta jk}{4\pi}}\, I_o h\, e^{-jk_z d}\left(\operatorname{sen}\theta\cos\phi\,\hat r + \cos\theta\cos\phi\,\hat\theta - \operatorname{sen}\phi\,\hat\phi\right)}$$ (0'25pt)

La expresión del campo eléctrico a partir del vector de radiación en campo lejano:

$$\bar E(\bar r) = \frac{e^{-jkr}}{r}\,\frac{-\eta jk}{4\pi}\left\{\bar N(\bar r) - \underbrace{(\bar N(\bar r)\cdot\hat r)\,\hat r}_{\text{componente radial}}\right\} \rightarrow \bar E = E_\theta\hat\theta + E_\phi\hat\phi$$

$$\boxed{\bar E(\bar r) = \frac{e^{-jkr}}{r}\,\frac{-\eta jk}{4\pi}\, e^{-jk_z d}\, I_o h \left\{\cos\theta\cos\phi\,\hat\theta - \operatorname{sen}\phi\,\hat\phi\right\} \;[V/m]}$$ (0'1pt)

Polarización del campo:

* Caso general: El campo tiene componentes $\hat\theta$ y $\hat\phi$.

  Puesto que $|E_\theta| \neq |E_\phi| \Longrightarrow$ POLARIZACIÓN ELÍPTICA (0'1pt)

* Plano XZ: $\phi = 0 \underset{(\operatorname{sen}\phi = 0)}{\Longrightarrow} \bar E(\bar r) = E_\theta\hat\theta \Longrightarrow$ POL. LINEAL

* Plano ZY: $\phi = 90^\circ \underset{\cos\theta\cdot\cos(90)=0}{\Longrightarrow} \bar E(\bar r) = E_\phi\hat\phi \Longrightarrow$ POL. LINEAL

(0'05 pt)

Universidad
Rey Juan Carlos

Escuela / Facultad:

Campus

TITULACIÓN:

ASIGNATURA: RADIACION Y PROPAGACIÓN

D.N.I.:

APELLIDOS: NOMBRE:

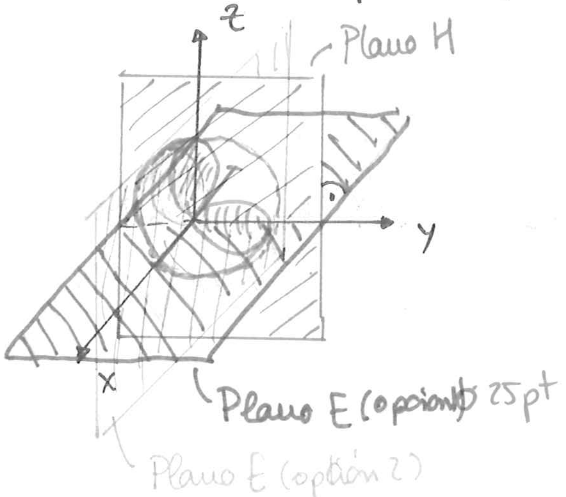
FECHA: MAYO 2018 CURSO: GRUPO:

b) Defina planos E y H e identifíquelos en este caso. Represente dichos planos para la componente ppal de campo E.

En una antena omnidireccional (suponemos dipolo sobre eje z)

Plano E: cualquier plano de $\phi = cte$ que contiene el dipolo
Plano H: plano XY ortogonal al dipolo.

En este caso específico, el dipolo está sobre el eje X (lo consideramos centrado, no cambia nada para la identificación de sus planos de radiación).



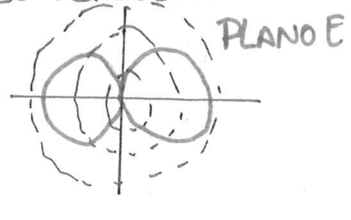
Plano E: plano que contiene el dipolo y con $\theta = cte$ en este caso; por ejemplo $\theta = 90°$, $\phi = 0$. Plano XY (si θ toma otro valor, cambia la amplitud del diagrama, no su forma.

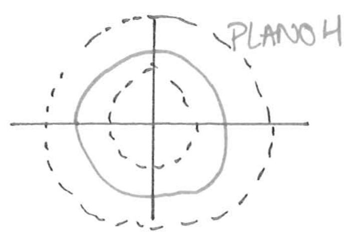
Plano H: plano ortogonal: plano YZ ($\phi = 90°$)

Representación: $f_N \rightarrow$ módulo al cuadrado del campo normalizado:

Plano E: $\phi = 0°$, $\theta = 90° \Rightarrow$ $f_N = |\operatorname{sen}\phi|^2$

plano H: $\phi = 90° \Rightarrow f_N = 1$





(0'25 pts)

c) Directividad (dBi)

Expresión de la directividad (es posible usar otras variaciones)

$$D = \frac{4\pi}{\int_\Omega DR(\theta,\phi)\, d\Omega} \underset{DR \equiv f_N}{=} \frac{4\pi}{\int_\Omega \sin^2\theta\, d\Omega} = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta} \sin^2\theta \cdot \sin\theta\, d\theta\, d\phi}$$

$$D = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot \sin\theta\, d\theta} \underset{(**)}{=} \frac{4\pi}{2\pi \cdot 4/3} = \frac{3}{2} = 1'5$$

(0'5pt)

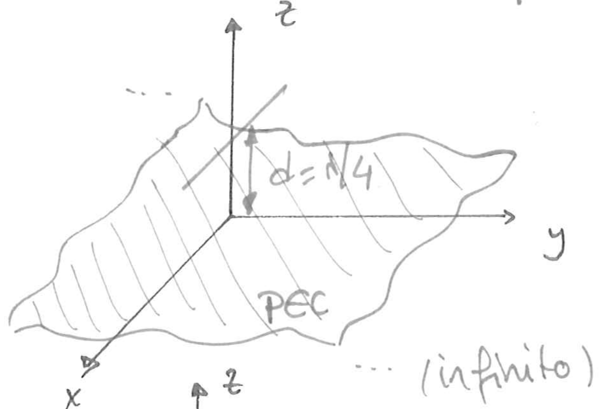
En dBi => $\boxed{D = 10 \log(1'5) = 1'76 \text{ dBi}}$

(**) La integral puede resolverse de varias formas. Por ejemplo, expresando el $\sin^2\theta$ como $1+\cos^2\theta$ y haciendo un cambio de variable

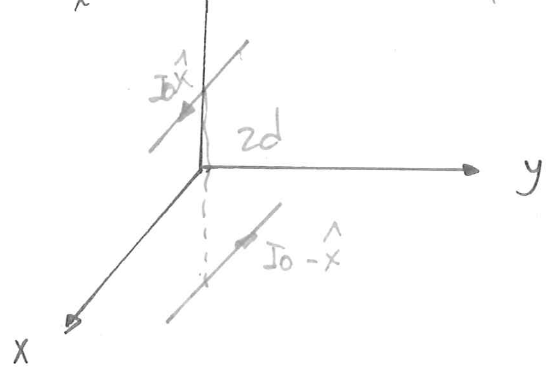
$$\int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot \sin\theta\, d\theta = \int_0^{\pi} (1+\cos^2\theta) \sin\theta\, d\theta = \left\{ \begin{array}{l} u = \cos\theta \\ du = -\sin\theta\, d\theta \end{array} \right\} = \int_0^{\pi} -(1-u^2)\, du = \frac{u^3}{3} - u =$$

$$\underset{\text{deshaciendo cambio}}{=} \left. \frac{\cos^3\theta}{3} - \cos\theta \right]_0^{\pi} = -\frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + 1 = 4/3$$

d) Plano de masa en plano XY. Campo radiado + efecto



El problema puede resolverse por teoría de imágenes, sustituyendo el plano de masa por otro dipolo de la misma longitud, a distancia 2d del primero y con la misma corriente pero de sentido opuesto.



El campo radiado puede calcularse de cero, particularizando para este caso, o aplicando la propiedad de traslación al campo de un dipolo según x en el origen (o al obtenido en el apartado a)

Universidad
Rey Juan Carlos

Escuela / Facultad: ....

Campus

TITULACIÓN: ....

ASIGNATURA: RADIACIÓN Y PROPAGACIÓN

D.N.I.: ....

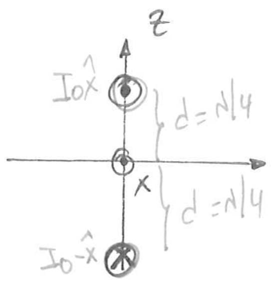
APELLIDOS: .... NOMBRE: ....

FECHA: MAYO 2018 CURSO: .... GRUPO: ....

Suponemos el campo de un dipolo según $\hat{x}$ en el origen de coordenadas:

$$E_0 = \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{-\eta j k}{4\pi} I_0 h (\cos\theta \cos\phi \, \hat{\theta} - \operatorname{sen}\phi \, \hat{\phi})$$

(Es el del apartado a, sin el término de traslación



$$\bar{E}(\bar{r}) = E_0 \left(e^{jk\hat{r}\cdot\bar{r}'} - e^{-jk\hat{r}\cdot\bar{r}'} \right)$$

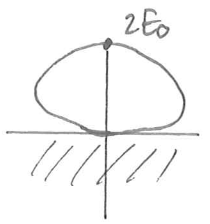
$$\hat{r}\cdot\bar{r}' = d\cos\theta \quad \text{(apartado a)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \bar{E}(\bar{r}) &= E_0 \left(e^{jkd\cos\theta} - e^{-jkd\cos\theta} \right) \ \text{V/m} \\ \bar{E}(\bar{r}) &= \underbrace{E_0 e^{jk_z d}}_{\substack{\text{dipolo aislado} \\ \text{en } z=d \\ E_{0d}}} \left(1 - e^{-j2kd\cos\theta} \right) \ \text{V/m} \end{aligned}}$$ (0.4pt)

El plano de masa hace que no haya radiación en $\theta > \pi/2$ y refuerza la radiación en la semiesfera positiva ($\theta < \pi/2$) por estar situado a $\lambda/4$ del dipolo (interferencia constructiva) (0.1pt)

$$\bar{E}(\bar{r}) = E_{0d} \left(1 - e^{-j2kd\cos\theta} \right) \quad \text{si } k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ y } d = \lambda/4$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = E_{0d} \left(1 \ e^{-j\pi\cos\theta} \right)$$



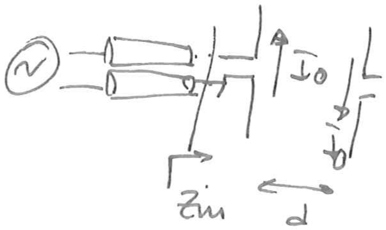
en $\theta = 0$ (máxima radiación) $E_{0d}(1-(-1)) = 2E_{0d}$ (reforzado)

en $\theta = \pi/2$ (horizonte): $E_{0d}(1-1) = 0$ (se anula)

en $\theta \geq \pi/2$ (debajo del plano) No hay campo

e) Γ y R_{rad} si $Z_{11} = 15 - j40\,\Omega$ $Z_{12} = Z_{21} = -12'5 + j29\,\Omega$ y $Z_0 = 50\,\Omega$

En ese caso, tal y como se vio en clase, la impedancia de entrada se modifica en función del acoplo mutuo entre dipolos



$$Z_{in} = Z_{11} - Z_{12} = 15 - j40 - (-12'5 + j29)$$

$$Z_{in} = 27'5 - j69\,\Omega$$

El coeficiente de reflexión, se obtiene como:

$$\boxed{\Gamma = 20\log\left|\frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}\right| = -3'10\,dB}$$ (0'2 pt)

La resistencia de radiación es la parte real de la impedancia de entrada, considerando ($\varepsilon = 1$).

$$\boxed{R_{rad} = \mathrm{Re}\{Z_{in}\} = 27'5\,\Omega}$$ (0'2 pt)

Puesto que la impedancia de entrada tiene componente reactiva ($Z_{in} \in \mathbb{C}$) hay que añadir una $\boxed{\text{RED DE ADAPTACIÓN}}$ que permita:

- Compensar dicha parte reactiva
- Adaptar la resistencia de radiación a la impedancia de la Red (Z_0)

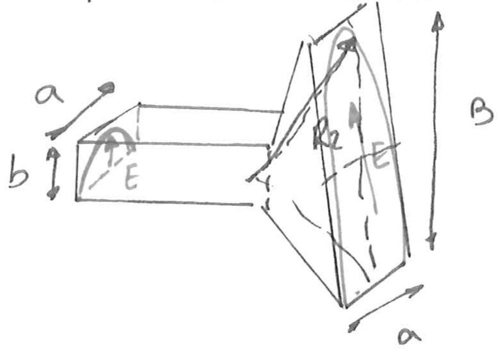
Además, por tratarse de un elemento balanceado, si se alimenta con un cable no balanceado, hay que añadir un $\boxed{\text{BALUN}}$

(0'1 pt)

PROBLEMA 3: Bocina sectorial plano E óptima.

a) Dimensiones

Bocina sectorial plano E ⟹ abocinamos el plano que contiene el plano E ⟹ dimension B



$a \times b = 7'112 \text{ mm} \times 3'556 \text{ mm}$

Por ser óptima: $S = 1/4$

además: $A = a$ (0'1pt)

- necesitamos definir B y R_2

Otros datos:

$BW_{-3dB} = 18° \Rightarrow \theta_{-3dB} = 9°$

$f = 30\text{GHz} \Rightarrow \lambda = c/f = 10^{-2} \text{m} = 1\text{cm}$

Del diagrama universal plano E (diagrama central), para $s = 1/4$ a -3dB el eje de abscisas es (aproximadamente) 0'48:

$(B/\lambda) \operatorname{sen}(9°) = 0'48 \Rightarrow \boxed{B = \frac{0'48\lambda}{\operatorname{sen}(9°)} = 30'7 \text{ mm}}$ (0'2pt)

$B = \sqrt{2\lambda R_2} \Rightarrow \boxed{R_2 = B^2/2\lambda = 47'1 \text{ mm}}$ (0'2pt)

b) Campo radiado y módulo en el plano E ($\theta = 29'25^\circ$) a 1km

Partimos del campo en la apertura y su transformada, que define el diagrama universal de radiación, es decir:

$$P_y = \iint_{S_A} \bar{E}_a(x,y,z)\, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(ux' + vy')}\, dx'\, dy'$$

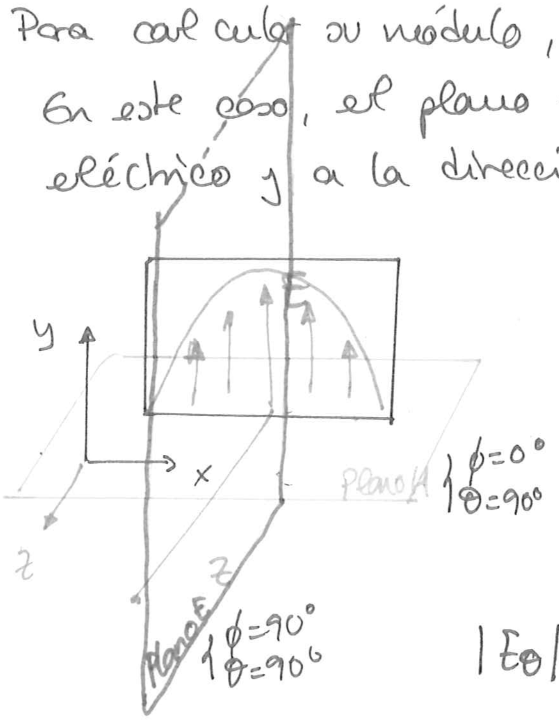
Con $\bar{E}_a(x,y,z) = E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_0 y^2/2R_2}$ por ser una bocina sectorial plano E

Por el 2° principio de equivalencia, se obtiene el campo radiado sin más que añadir las constantes necesarias y los factores de oblicuidad:

$$\boxed{\begin{aligned} E_\theta(r,\theta,\phi) &= j\frac{k e^{+jkr}}{2\pi r} P_y \,\mathrm{sen}\,\theta \\ E_\phi(r,\theta,\phi) &= j\frac{k e^{jkr}}{2\pi r} \cos\theta\, P_y \cos\phi \end{aligned}}$$

(0'25 pt)

Para calcular su módulo, primero particularizamos para el plano E. En este caso, el plano E es el que contiene al vector de campo eléctrico y a la dirección de propagación máxima $\Rightarrow \begin{cases} \phi = 90^\circ \\ \theta = 90^\circ \end{cases}$



En ese caso:

$$\begin{cases} E_\theta = (\ldots)\, P_y \,\mathrm{sen}\,(90) = (\ldots)\, P_y \\ E_\phi = (\ldots)\, P_y \cos(90)\cos(90) = 0 \end{cases}$$

Sólo hay E_θ → en $\theta = 29'25^\circ$ y $R = 1\,km$

$$|E_\theta| = \frac{k}{2\pi \cdot 10^3} \cdot \underbrace{P_y(\theta = 29'25^\circ)}_{\text{diagrama}: \ -10\,dB} = 20 \log\left(\frac{2\pi}{\lambda \cdot 2\pi} 10^{-3}\right) - 10$$

$$\boxed{|E_\theta| = -30 - 20 = -50\ dB}$$ (0'1 pt)

Universidad
Rey Juan Carlos

Escuela / Facultad:

Campus

TITULACIÓN:

ASIGNATURA: RADIACIÓN Y PROPAGACIÓN

D.N.I.:

APELLIDOS: NOMBRE:

FECHA: MAYO 2018. CURSO: GRUPO:

Para la directividad, se usa la fórmula general en aperturas:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{ef} = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_A \varepsilon_A$$

* La superficie ~~de~~ la apertura es a.B
* La eficiencia de una bocina SECTORIAL con distribución de tipo coseno es 0'81.

(0'15 pt)

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} B.a. 0'81 = 22'22 \Rightarrow \boxed{D(dBi) = 10\log(22'22) = 13'47}$$

c) Bocina cónica corrugada con mismo ancho de haz

$BW_{-3dB} = 18° \Rightarrow \theta_{-3dB} = 9°$ $(-3dB = 0'7089$ u.n.$)$

Buscamos en la gráfica con s=0'7 el punto a -10dB (0'7089) ⟹ 3

$$2\pi \frac{a}{\lambda} \operatorname{sen}(9°) = 3 \Rightarrow \boxed{a = \frac{3\lambda}{2\pi \operatorname{sen}(9°)} = 30'5 \text{ mm}}$$

0'125 pt

$$\boxed{L = \frac{a^2}{2\lambda s} = 66'5 \text{ mm}}$$

0'125 pt

Directividad: $D = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_A \cdot \varepsilon_A = \frac{4\pi}{\lambda^2} \pi . a^2 . 0'981 = 360'78 \rightarrow$ 0'125 pt

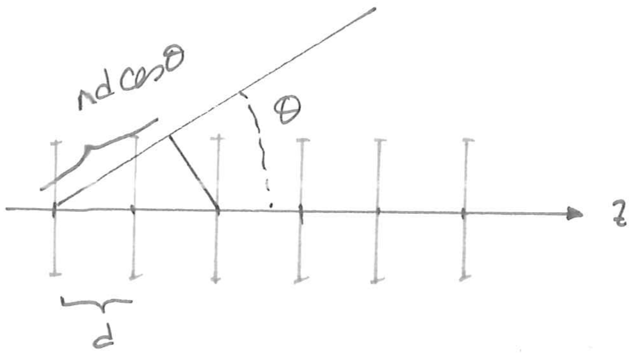
$\varepsilon_A = 0'981$ (dato)

$$\boxed{D = 25'57 \text{ dBi}}$$

Con una apertura de dimensiones similares (aunque más larga), se obtienen 12 dB más de directividad. Además se reduce el nivel de lóbulos secundarios.

0'125 pt.

PROBLEMA 4: ARRAY lineal de $N=6$.



a) Nos piden alimentaciones y separación (α y d) para que se cumplan las siguientes condiciones:

b) Factor de array en ψ y θ

* Distribución de fase progresiva y amplitud uniforme:

$$a_n = |a_n| e^{j\alpha n} \underset{|a_n|=1}{=} e^{j\alpha n}$$

* Diagrama de máxima directividad: el margen visible llega hasta el nulo adyacente al primer grating lobe.

* Máximo del lóbulo principal en $\theta = 0 \Rightarrow$ array ENDFIRE

* Nulo en $\theta = \pi \rightarrow$ esto nos define el otro límite del margen visible (el primero es $\theta = 0$ por ser endfire), que además es el nulo adyacente al grating lobe (para usar el máximo margen visible) $\alpha = -k_0 d$

Describimos el factor de array y vamos aplicando las condiciones anteriores.

$$FA(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(k_0 d \cos\theta + \alpha)}$$ siendo $\psi = k_0 d \cos\theta + \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow FA(\psi) = \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi} = e^{jN\psi/2} \frac{\operatorname{sen}(N\psi/2)}{\operatorname{sen}(\psi/2)}$$

Sus nulos estarán en: $|FA(\psi)|_{Norm} = \frac{1}{N} \left| \frac{\operatorname{sen}(N\psi/2)}{\operatorname{sen}(\psi/2)} \right| = 0$

nulos:

$$\operatorname{sen}(N\psi_0/2) = 0 \Rightarrow \frac{N\psi_0}{2} = \pm n\pi, \quad n = 1, 2, \ldots \text{ y } n \neq \underset{\text{máximo}}{0}, \underset{\text{grating lobe}}{N}, \ldots$$

$$\psi_0 = \pm \frac{n 2\pi}{N} = \pm \frac{n 2\pi}{6} = \pm n\pi/3$$

$$\psi_0 = \pm\pi/3, \pm 2\pi/3, \pm\pi, \pm 4\pi/3, \pm 5\pi/3, \boxed{\pm 2\pi} \rightarrow \text{grating lobe}$$

(no es un nulo, $n=N$)

Universidad Rey Juan Carlos

Escuela / Facultad:

Campus

TITULACIÓN:

ASIGNATURA: RADIACIÓN Y PROPAGACIÓN

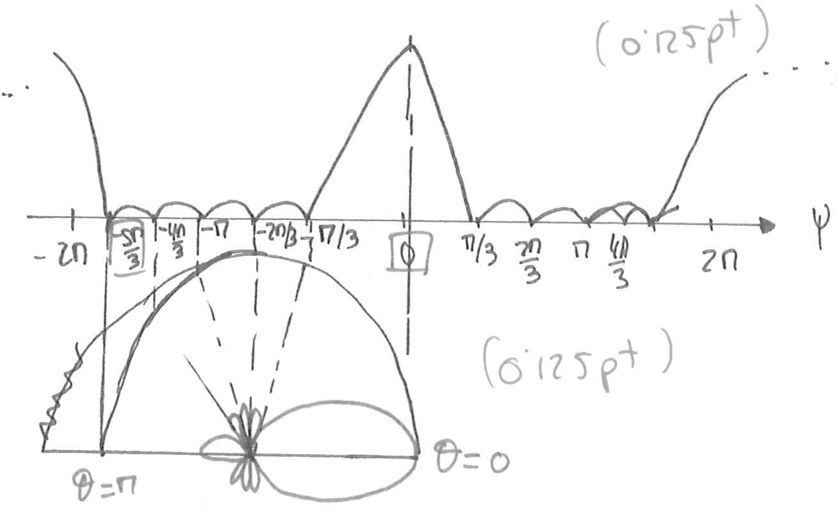
D.N.I.:

APELLIDOS: NOMBRE:

FECHA: MAYO 2018. CURSO: GRUPO:

Tengo la posición de los nulos en ψ. Para maximizar la directividad cojo el límite del margen visible en el nulo adyacente al grating lobe, pero ¿cuál? el de $+2\pi$ o el de -2π.

- Puesto que es de tipo ENDFIRE, el margen superior será 0. por lo que es el margen inferior el que queda definido por el nulo adyacente al grating lobe.



Margen visible:

$$\psi \in \left[-\frac{5\pi}{3}, 0\right]$$

Para array endfire con $\theta_{max}=0$ y $\alpha=-kd$, el margen es:

$$-2k_0 d \le \psi \le 0$$

Con lo que: $-\frac{5\pi}{3} = -2k_0 d$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{4\pi}{\lambda} d \Rightarrow \boxed{d = \frac{5\lambda}{12} = 0'42\lambda}$$

(0'375 pt)

La fase progresiva, una vez se tiene la separación, se obtiene como:

$$\alpha = -k_0 d = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 0'42\lambda = -0'84\pi \text{ rad} \Rightarrow \boxed{\alpha = -151^\circ}$$

(0'375 pt)

b) Obtener los anchos de haz a -3dB en los planos E y H

PLANO PERPENDICULAR A LOS DIPOLOS: $f_N = \dfrac{\cos(\pi/2 \operatorname{sen}\theta)}{\cos(\theta)}$

$\theta = 0 \rightarrow \dfrac{\cos(\pi/2 \operatorname{sen} 0)}{\cos(0)} = 1$ Es el corte omnidireccional de los dipolos

$E_T = FA \cdot \cancel{|E_0|}^{1} = FA \rightarrow$ buscamos la caída de -3dB en el FA.

BW entre nulos: 1er nulo: $m=-1 \rightarrow \frac{N\psi}{2} = -\pi$ $\quad \frac{N}{2}\frac{(kd\cos\theta_{N1} - kd)}{2} = -\pi$

$\theta_{nulo} = \cos^{-1}\left(\dfrac{\frac{2\pi}{N} + kd}{kd}\right) = \cos^{-1}\left(\dfrac{-\frac{2\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}}{5\pi/6}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 53'1^{\circ}$

$BW_{nulos} = 106'2^{\circ}$

$BW_{-3dB} \Rightarrow \boxed{\Delta\theta_{-3dB} = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{0'443\lambda}{dN}\right) = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{0'443}{0'42.6}\right) = 69^{\circ}}$ (0'375 pto)

alternative:

$\frac{1}{N}\left|\dfrac{\operatorname{sen}\left(\frac{N\psi_{3dB}}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\psi_{-3dB}}{2}\right)}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 4'24 \rightarrow$ por tanteo

EN EL PLANO QUE CONTIENE LOS DIPOLOS:

El diagrama del dipolo ya no es omnidireccional, hay que tenerlo en cuenta:

$E_T = \frac{1}{N}\left|\dfrac{\operatorname{sen}(N\psi_{-3dB}/2)}{\operatorname{sen}(\psi_{3dB}/2)}\right| \cdot \left|\dfrac{\cos(\pi/2 \operatorname{sen}\theta)}{\cos\theta}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta \simeq 29^{\circ} \rightarrow \boxed{BW_2 = 58^{\circ}}$ (0'375 pt)

d) Directividad (estima por anchos de haz) (0'25 pt)

$D_0 \simeq \dfrac{41253}{BW_1 \cdot BW_2} = \dfrac{41253}{69'8 \cdot 58} = 10'2 \rightarrow \boxed{D(dBi) = 10'1}$