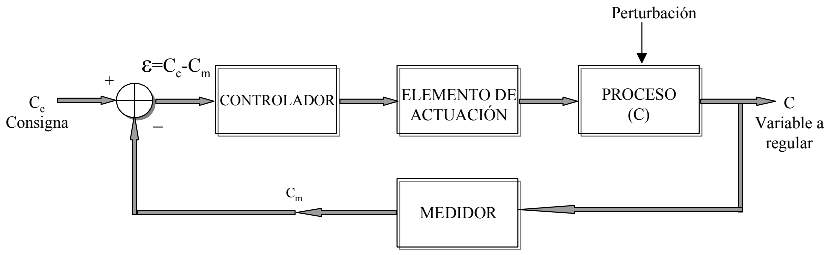
Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

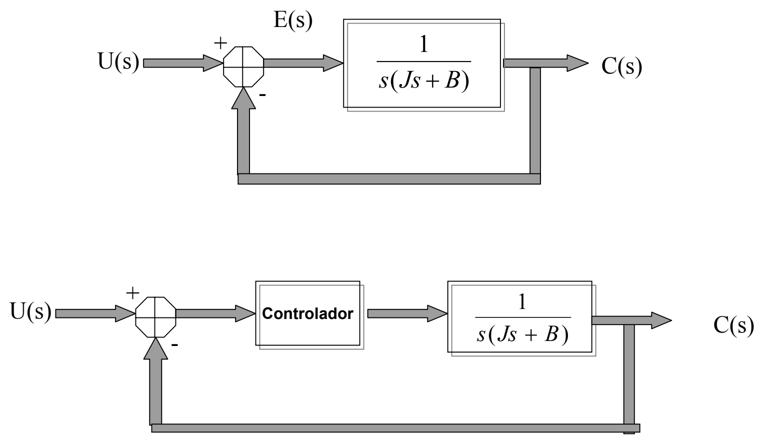
Acciones básicas de Control



Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

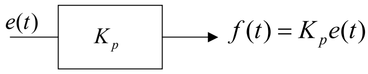


Control

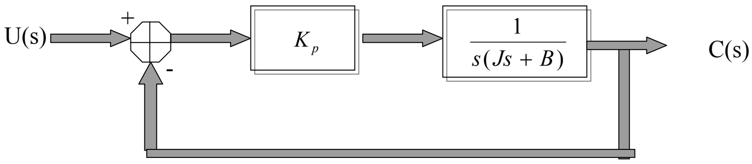
Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

Control proporcional



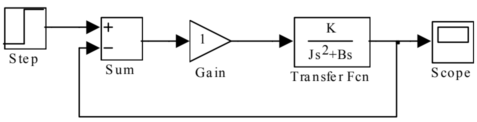
$$R(s) = K_p$$

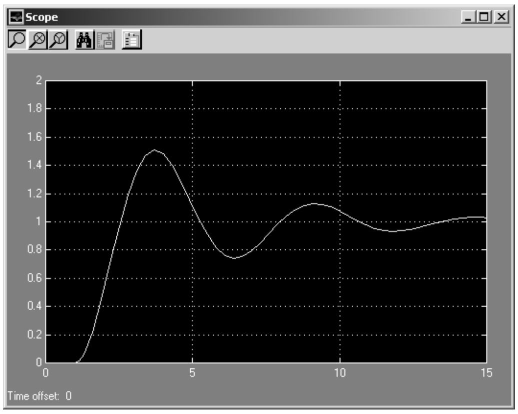


Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

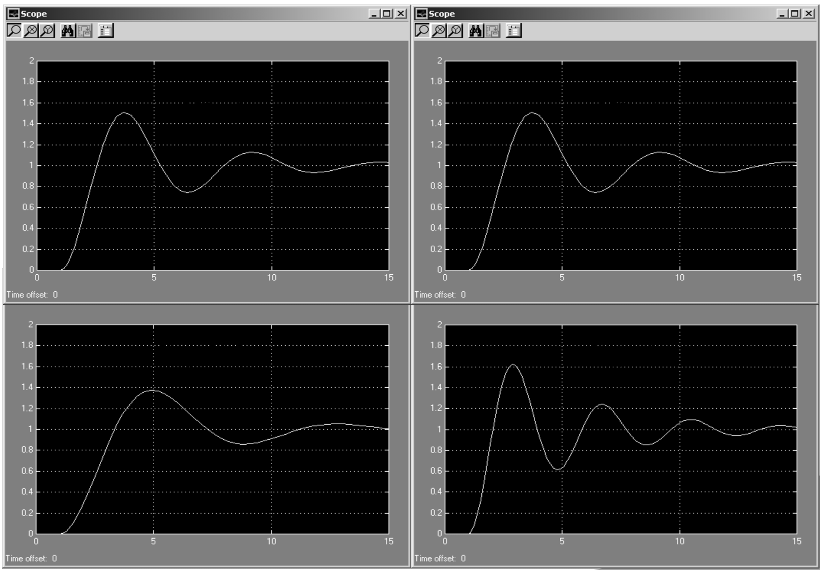




Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control



Control

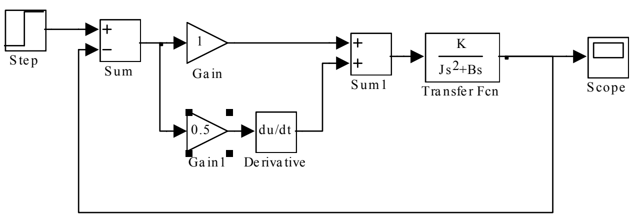
Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

Control derivativo

$$e(t) \longrightarrow \boxed{K_d s} \longrightarrow f(t) = K_d \frac{\mathrm{d}\, e(t)}{\mathrm{d}\, t}$$

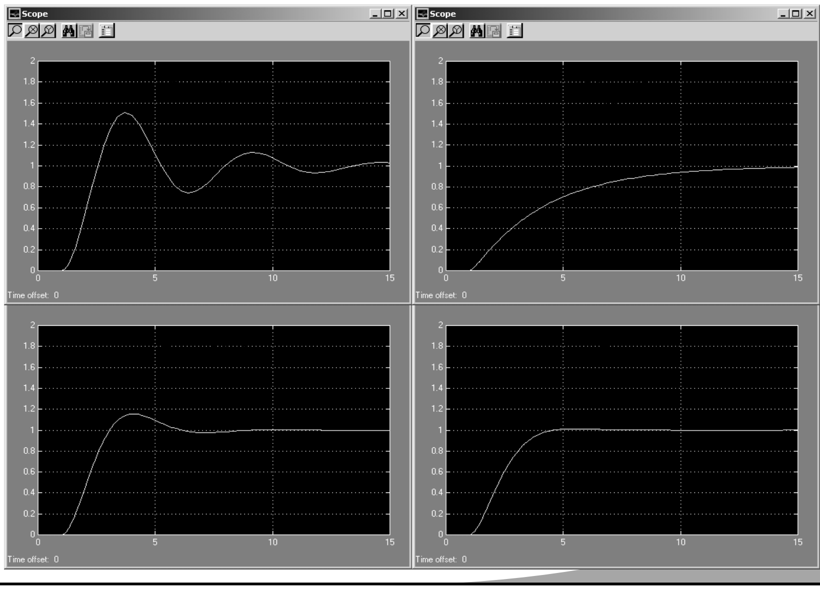
$$R(s) = K_d s$$



Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control



Control

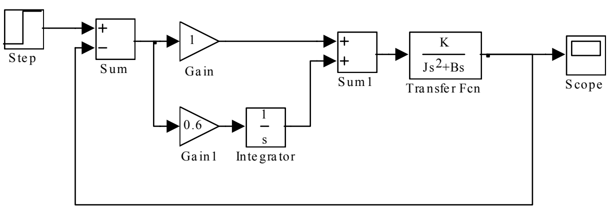
Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

Control Integral

$$e(t) \longrightarrow \boxed{K_i \frac{1}{s}} \longrightarrow f(t) = K_i \int_0^t e(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

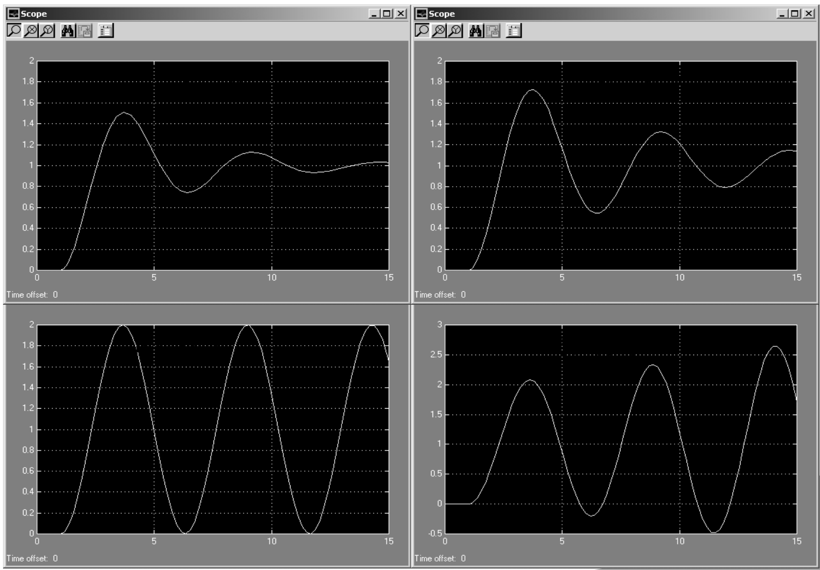
$$R(s) = K_i \frac{1}{s}$$



Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control



Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Acciones básicas de Control

Control PID

$$e(t) \longrightarrow \boxed{PID} \longrightarrow \quad f(t) = K_p e(t) + K_d \frac{\mathrm{d}\, e(t)}{\mathrm{d}\, t} + K_i \int_0^t e(\tau)\, \mathrm{d}\,\tau$$

$$R(s) = K_p + K_d s + K_i \frac{1}{s}$$

$$f(t) = K_p \left(e(t) + T_d \frac{\mathrm{d}\, e(t)}{\mathrm{d}\, t} + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau)\, \mathrm{d}\,\tau \right)$$

Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Modelado en el Espacio de Estados

- **Sistema de orden *n*, *r* entradas {**u_1, u_2 ... U_r**},**
  ***m* salidas, {**y_1, y_2 ... Y_m**}**
  - ***n* variables de estado,** {x_1, x_2 ... x_n}
  - **Ecuación de estados:**

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \\ &... \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \end{aligned}\right\}$$

  - **Ecuación de salida**

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= g_1(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \\ y_2 &= g_2(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \\ &... \\ y_m &= g_m(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r, t) \end{aligned}\right\}$$

Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Modelado en el Espacio de Estados

- **En forma vectorial:**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ \dot{\mathbf{y}} &= g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \end{aligned}$$

  - **Sistemas lineales:**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathrm{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathrm{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{y}} &= \mathrm{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathrm{D}(t)\mathbf{u}(t) \end{aligned}$$

  - **Sistemas lineales invariantes en el tiempo:**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathrm{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathrm{B}\,\mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{y}} &= \mathrm{C}\,\mathbf{x}(t) + \mathrm{D}\,\mathbf{u}(t) \end{aligned}$$

Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Modelado en el Espacio de Estados

- **Sistemas l.i.t de orden *n* sin términos derivativos en la entrada:**

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 u$$

  - **Modelo en el espacio de estados:**

$$\begin{aligned} x_1 &= y \\ x_2 &= \dot{y} \\ x_3 &= \ddot{y} \\ &\ldots \\ x_n &= y^{(n-1)} \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots & -a_1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \qquad D = [0]$$

Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Modelado en el Espacio de Estados

- **Sistemas l.i.t de orden *n* con términos derivativos en la entrada:**

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1}\dot{y} + a_n y = b_0 u^{(n)} + b_1 u^{(n-1)} + b_2 u^{(n-2)} + \ldots + b_{n-1}\dot{u} + b_n u$$

  - **Modelo en el espacio de estados:**

$$\begin{cases} x_1 = y - \beta_0 u \\ x_2 = \dot{y} - \beta_0 \dot{u} - \beta_1 u \\ x_3 = \ddot{y} - \beta_0 \ddot{u} - \beta_1 \dot{u} - \beta_2 u \\ \ldots \\ x_n = y^{(n-1)} - \beta_{n-2} u^{(n-1)} - \ldots - \beta_{n-2}\dot{u} - \beta_{n-1} u \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots & -a_1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \ldots \\ \beta_{n-1} \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \beta_0 = b_0 \\ \beta_1 = b_1 - a_1 \beta_0 \\ \beta_2 = b_2 - a_1 \beta_1 - a_2 \beta_0 \\ \ldots \\ \beta_n = b_n - a_1 \beta_{n-1} - a_2 \beta_{n-2} - \ldots - a_n \beta_0 \end{cases}$$

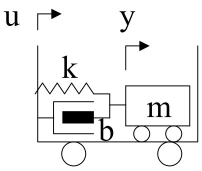
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix} \qquad D = [\beta_0]$$

Control

Tema I: Introducción a los Sistemas de Control

Modelado en el Espacio de Estados

- **Ejemplo: Sistema l.i.t de orden *2* con términos derivativos en la entrada:**



$$C(s) = \frac{bs + k}{ms^2 + bs + k}$$

  - **Modelo en el espacio de estados:**

$$x_1 = y - \beta_0 u$$
$$x_2 = \dot{y} - \beta_0 \dot{u} - \beta_1 u$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \frac{b}{m} \\ \frac{k}{m} - \left(\frac{b}{m}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$