

Recursividad

Fundamentos de la programación

Elena G. Barriocanal y Salvador Sánchez

Universidad de Alcalá

Noviembre de 2015

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Concepto de recursividad

- Definir un objeto o proceso en función de sí mismo.
- Es útil para resolver problemas por descomposición en subproblemas.
 - Los subproblemas tienen idéntica estructura al problema original, pero el caso que resuelven está reducido o es más pequeño.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Definición

Un **objeto** recursivo es aquel que forma parte de sí mismo o se define en función de sí mismo

Definición

Una **función** recursiva es aquella que contiene llamadas a ella misma.

$$n! = n * (n-1)!$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis conceptual de una función recursiva

Planteamiento:

- Se basa en la descomposición de un problema en subproblemas de más fácil solución.
- Cada subproblema se vuelve a descomponer a su vez, hasta que se alcanza el problema más básico, de solución trivial.
- Cuando se alcanza el caso más básico, se resuelve.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis conceptual de una función recursiva

Planteamiento:

- Se basa en la descomposición de un problema en subproblemas de más fácil solución.
- Cada subproblema se vuelve a descomponer a su vez, hasta que se alcanza el problema más básico, de solución trivial.
- Cuando se alcanza el caso más básico, se resuelve.

Ejecución:

- Cada vez que se invoca una resolución de un subproblema, el problema actual queda suspendido y pendiente de resolución (apilado)
- Cuando se termina de resolver un subproblema, se retorna el resultado al problema que lo invocó (desapilado)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis conceptual de una función recursiva

Planteamiento:

- Se basa en la descomposición de un problema en subproblemas de más fácil solución.
- Cada subproblema se vuelve a descomponer a su vez, hasta que se alcanza el problema más básico, de solución trivial.
- Cuando se alcanza el caso más básico, se resuelve.

Ejecución:

- Cada vez que se invoca una resolución de un subproblema, el problema actual queda suspendido y pendiente de resolución (apilado)
- Cuando se termina de resolver un subproblema, se retorna el resultado al problema que lo invocó (desapilado)

Importante:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Esquema básico de una función recursiva

```
funcion R (problema)
```

```
si el problema es suficientemente simple # caso basico  
    resolverlo directamente
```

```
si_no # descomponer el problema en subproblemas
```

```
    # llamada recursiva
```

```
    por cada subproblema s, invocar R(s)
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Factorial

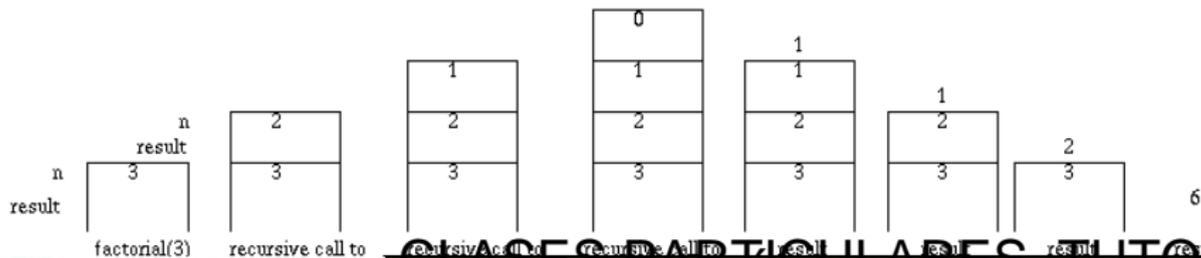
```
def factorial (n):  
    if (n==1):  
        resultado = 1  
    else:  
        resultado = n * factorial (n-1)  
    return resultado
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Factorial

```
def factorial (n):  
    if (n==1):  
        resultado = 1  
    else:  
        resultado = n * factorial (n-1)  
    return resultado
```



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis de un problema recursivo

Problema: Multiplicar dos números por sumas sucesivas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis de un problema recursivo

Problema: Multiplicar dos números por sumas sucesivas.

- Cualquier número multiplicado por 1 es ese número → caso básico

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis de un problema recursivo

Problema: Multiplicar dos números por sumas sucesivas.

- Cualquier número multiplicado por 1 es ese número → caso básico
- Para multiplicar 6 por 4 podemos hacer la siguiente descomposición:
«Sumamos 6 a la multiplicación de 6 por 3»

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis de un problema recursivo

Problema: Multiplicar dos números por sumas sucesivas.

- Cualquier número multiplicado por 1 es ese número → caso básico
- Para multiplicar 6 por 4 podemos hacer la siguiente descomposición:
«Sumamos 6 a la multiplicación de 6 por 3»
- El problema original es $6*4$ y lo hemos reducido a una operación de suma y a la resolución del subproblema $6*3$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Análisis de un problema recursivo

Problema: Multiplicar dos números por sumas sucesivas.

- Cualquier número multiplicado por 1 es ese número → caso básico
- Para multiplicar 6 por 4 podemos hacer la siguiente descomposición:
«Sumamos 6 a la multiplicación de 6 por 3»
- El problema original es $6*4$ y lo hemos reducido a una operación de suma y a la resolución del subproblema $6*3$
- Es posible también descomponer $6*3$ en $6 + (6*2)$ y $6*2$ en $6+(6*1)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Código en Python

```
def multiplicar (n, m):  
  
    if (m==1):  
  
        resultado = n  
  
    else:  
  
        resultado = n + multiplicar(n, m-1)  
  
    return resultado
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Serie de Fibonacci

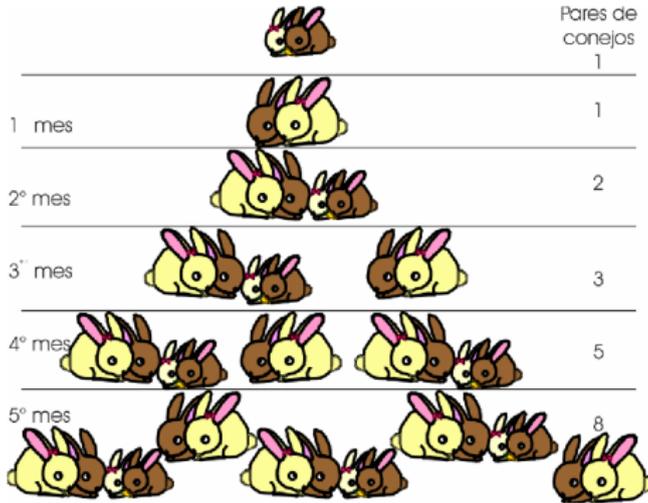
Fibonacci se preguntaba cuántos conejos habría en una granja tras un cierto número de meses, si se parte de una sola pareja y asumiendo que...

- Los conejos alcanzan la madurez sexual a la edad de un mes.
- En cuanto alcanzan la madurez sexual los conejos se aparean.
- El periodo de gestación de los conejos es de un mes.
- Los conejos nunca mueren.
- Los conejos adultos se aparean regularmente cada mes.
- La hembra siempre pare una pareja de conejos de sexos opuestos.
- Los conejos tienen una moral y un instinto de variedad genética muy relacionados y se aparean entre sí.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

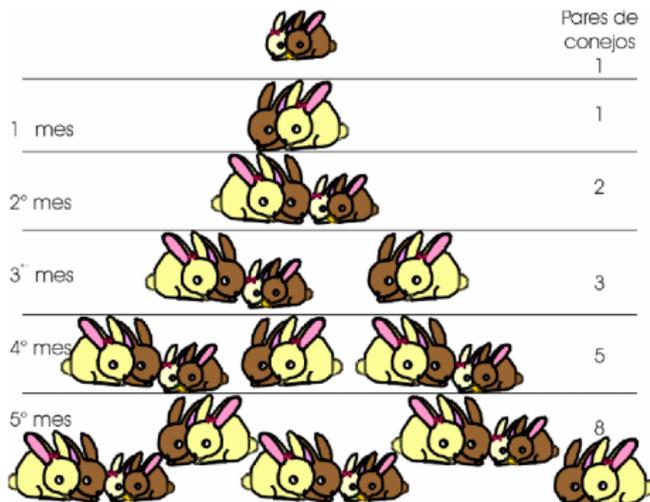
Ejemplo: Serie de Fibonacci



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Serie de Fibonacci



```
def fibonacci(mes):  
    if (mes == 1 or mes == 0):  
        return 1
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Qué hace el siguiente código?

```
def misterio (n):  
    if (n==1):  
        i=int(input('Introduce un numero: '))  
        print(i)  
    else:  
        i=int(input('Introduce un numero: '))  
        misterio(n-1)  
        print(i)  
    return
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Palíndromo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Palíndromo

PALÍNDROMO

```
def es_palindromo (pal, posIni, posFin):  
    """ str, int, int --> bool  
        OBJ: Calcula si un texto entre 2 indices se lee igual  
            al derecho y al revés (palindromo) """  
    if (posIni >= posFin):  
        res = True  
    else:  
        if (pal[posIni] != pal[posFin]):
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Palíndromo (con *slicing*)

```
def es_palindromo (frase):  
    """ str --> bool  
        OBJ: Calcula si una frase puede leerse igual al  
            derecho o al revés (palindromo) """  
    if (len(frase) <= 1):  
        respuesta = True  
    elif (frase[0] != frase[len(frase)-1]):  
        respuesta = False  
    else:  
        respuesta = es_palindromo (frase[1:len(frase)-1])  
    return respuesta
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Suma contenido vector

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Suma contenido vector

```
def suma (v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        aux=v[ini]  
    else:  
        aux=v[ini] + suma(v, ini+1, fin)  
    return aux
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Suma contenido vector

```
def suma (v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        aux=v[ini]  
    else:  
        aux=v[ini] + suma(v, ini+1, fin)  
    return aux
```

Usando *slicing*:

```
def suma (vector):  
    """ lista -> long  
    OBJ: suma todos los elementos de un array  
    PRE: el array tiene al menos un elemento    """  
    if (len(vector) == 1):  
        resul = vector[0]
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Mostrar los elementos de un vector

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Mostrar los elementos de un vector

```
def imprimir(v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        print(v[ini])  
    else:  
        print (v[ini])  
        imprimir(v, ini+1, fin)  
    return
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Mostrar los elementos de un vector

```
def imprimir(v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        print(v[ini])  
    else:  
        print (v[ini])  
        imprimir(v, ini+1, fin)  
    return
```

- y si queremos que imprima el contenido al revés?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejemplo: Mostrar los elementos de un vector

```
def imprimir(v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        print(v[ini])  
    else:  
        print (v[ini])  
        imprimir(v, ini+1, fin)  
    return
```

- y si queremos que imprima el contenido al revés?

```
def imprimir(v, ini, fin):  
    if (fin==ini):  
        print(v[ini])  
    else:  
        imprimir(v, ini+1, fin)  
        print(v[ini])
```

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Ejercicios propuestos

- Codificar un módulo recursivo que calcule la división entera entre dos números A y B sin utilizar multiplicaciones ni divisiones.
- Codificar un módulo recursivo que calcule x^n , con x real y n entero.
- Codificar un programa recursivo que toma una cadena como parámetro y devuelve otra cadena que es la original pero con sus caracteres invertidos.
- Los detectives de una agencia se envían todos los mensajes cifrados por motivos de seguridad. El algoritmo que están utilizando en la actualidad consiste en intercambiar cada vocal por la letra que la precede (si existe). Por ejemplo: El resultado de codificar el mensaje:

esta es Leon

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Recap

- La recursividad es una técnica de programación que facilita la codificación de programas descomponiendo en problema a resolver en problemas más pequeños.
- Un objeto recursivo está formado por sí mismo.
- Una función recursiva contiene llamadas a ella misma.
- Las funciones recursivas deben tener una condición de parada cuando se llegue al caso básico y una o más llamadas recursivas con parámetros que tiendan al caso base.
- Es importante comprender cómo se apilan las llamadas para comprender el resultado de la recursividad.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70