

18. Encuentra el $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, si es que existe, de cada sucesión con el término general a_n indicado

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{10}{\sqrt{n+1}} & a_n &= 20(-1)^{n+1} \\ a_n &= \frac{3n-2}{6n+1} & a_n &= \frac{\sqrt{n+1}}{n} \end{aligned}$$

19. Halla el término general de la progresión geométrica: 4, 2, 1, ... Y calcula la suma de los 6 primeros términos.

20. Determina si cada una de las sucesiones siguientes es monótona

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{n}{3n+1} \right\}_{n=1}^{\infty} & \quad \{(-1)^n \sqrt{n}\}_{n=1}^{\infty} \\ \left\{ \frac{e^n}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} & \quad \left\{ \frac{2^n}{n!} \right\}_{n=1}^{\infty} \\ \left\{ n + \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} & \quad \left\{ \frac{3n-5}{4+7n} \right\}_{n=1}^{\infty} \end{aligned}$$

21. Demuestra que las sucesiones siguientes son convergentes, probando que son monótonas y acotadas

$$a) \left\{ \frac{4n-1}{5n+2} \right\}_{n=1}^{\infty} \quad b) \left\{ \frac{3^n}{1+3^n} \right\}_{n=1}^{\infty} \quad c) \left\{ \frac{2^n}{3^n-4} \right\}_{n=2}^{\infty}$$

22. Estudia si son monótonas las sucesiones $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ y $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ siendo

$$a_n = \frac{5^n}{2^n} \quad b_n = \frac{2n}{1+n} \quad c_n = \frac{n^2}{2^n-1}$$

23. Determina la convergencia o divergencia de la sucesión cuyo n-ésimo término es cada uno de los siguientes. En caso de convergencia calcula el límite.

$$\begin{aligned} a_n &= \cos \frac{n\pi}{2} & a_n &= \operatorname{sen} \frac{n\pi}{6} \\ a_n &= 3 - \frac{1}{2^n} & a_n &= \frac{\cos n}{n} \end{aligned}$$

24. Halla:

$$a) \lim_n \left(5 + \frac{1}{n} \right) \quad b) \lim_n \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{3^n} \right)$$

25. Estudia la convergencia de la siguiente sucesión: $\left\{ \frac{2n + (-1)^n(n+2)}{7n+3} \right\}_{n=1}^{\infty}$

26. Calcula: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 3n - 2}}$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n - 4}{5n + 2} \right)^{\frac{n+1}{3}}$

27. Calcula el límite de las siguientes sucesiones, si es que lo tienen:

a) $\left\{ \frac{5n^3 + 2n}{5n^3 - 6} \right\}^{2n}$ b) $\left\{ 1 + \frac{7}{n + 3} \right\}^{n^2}$

28. Halla: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2n + 4}{2n - 1} \right)^{\frac{n^2 + 1}{2}}}$

29. Estudia la convergencia de la siguiente sucesión: $\left\{ n^2 \left(\frac{1+n}{3n} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$

30. Comprueba que las siguientes series son divergentes

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots \quad \sum_{n=0}^{\infty} 3\left(\frac{3}{2}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{2^{n+1}}$$

31. Demuestra que 0,3333... es igual a $\frac{1}{3}$.

32. Halla la suma de las siguientes series convergentes

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{2}\right)^n \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{3^n}\right) \quad \sum_{n=0}^{\infty} 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \quad 3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots$$

33. Determina la convergencia o divergencia de estas series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}\right) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (1'075)^n$$

34. Decide la convergencia o divergencia de las series siguientes

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n + 1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n^2}$$

35. Determina la convergencia o divergencia de cada una de las series siguientes

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^2 + 1} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n n!}{(n+2)!}$$

36. Estudia el carácter de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^n + \frac{2}{n(n+4)} \right]$$

37. Estudia el carácter de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2\sqrt{n}}{\sqrt{n^7 + 3}}$$

38. Averigua si cada serie converge absoluta o condicionalmente

$$\begin{array}{ll} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^2} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \\ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3 - 1} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2} \end{array}$$

39. Estudia el comportamiento de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^n + \frac{2}{n(n+4)} \right]$$

40. Encuentra los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los que la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(\frac{a}{7} \right)^n$ converge.

41. Di el carácter de las siguientes series:

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n^2 + 1} & b) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n^7} - 5^n \right) \\ c) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{2n} & d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n n}{n^2 + 4} \end{array}$$

42. Dada la siguiente serie, determina para qué valores de a converge la serie, y para $a = -1$ halla la suma.

$$\sum_{n=0}^{\infty} (e^{-n} \cdot a^{3n}) \quad (a \in \mathbb{R})$$

43. Estudia el carácter de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^{n+1} - \left(\frac{n+1}{n} \right) \right]^{-n}$$

44. De la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ se sabe que la sucesión de las sumas parciales $\{s_n\}$ viene dada

por: $s_n = \frac{3n+2}{n+4}$. Halla:

- El término general de la serie
- El carácter de la serie

45. Estudia el carácter de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n \cdot \sqrt{n+1}}{2^n(n+2)}$ según los diferentes valores reales

de a .