

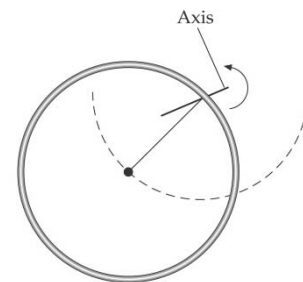
Problemas Tema 6:

1*. Una placa rectangular uniforme tiene una masa M y sus lados valen a y b . Demostrar por integración que su momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la placa y que pasa por uno de sus vértices es $I=(1/3)M(a^2+b^2)$. Demostrar también que el momento de inercia respecto a un eje perpendicular que pase por el centro de masas de la placa es $I=(1/12)M(a^2+b^2)$. (Ayuda: la densidad superficial, $\sigma=M/(ab)$).

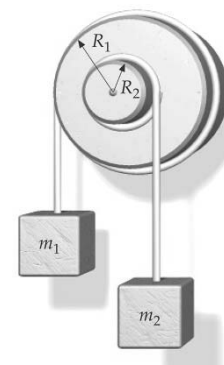
2. Considérese una polea de masa m_p y un radio R . Asíumase que la masa de la polea se concentra en el aro exterior, y por tanto tiene forma de anillo. Alrededor de la polea se enrolla un cable de masa m_c y longitud L (y densidad lineal de masa uniforme $\lambda=m_c/L$). Del cable cuelga un objeto de masa m_o que se deja caer desde la posición en la que el cable está enrollado. Demostrar que, despreciando efectos de rozamiento, la expresión para la velocidad a la que cae el objeto cuando ha caído una distancia d ($d < L$) es $v = \sqrt{gd(2m_o + m_c d/L)/(m_c + m_o + m_p)}$

3. Considérese el sistema del problema anterior. La polea tiene un momento de inercia $I=\beta m_p R^2$. La cuerda tiene una masa despreciable y no hay rozamiento. Calcular la tensión de la cuerda y la aceleración del objeto en su caída. Discutir el límite $\beta=0$ en esas expresiones.

4. Un anillo de 1.5 m de diámetro pivota sobre un punto de su circunferencia, de modo que gira alrededor de un eje horizontal, que es perpendicular al plano del anillo (ver figura). El anillo se deja caer bajo la acción de la gravedad, de forma que inicialmente su centro está a la misma altura que el eje de rotación. Si el anillo está inicialmente en reposo ¿cuál es su velocidad angular máxima? ¿Qué velocidad angular debería imprimirse inicialmente para que dé justamente una revolución completa (360°)?



5. Dos objetos cuelgan de dos cuerdas unidas a dos ruedas capaces de girar respecto a un mismo eje, del modo que se indica en la figura. El momento de inercia total de las dos ruedas es $I_{1+2}=40 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Los radios son $R_1=1.2 \text{ m}$ y $R_2=0.4 \text{ m}$. Si $m_1=24 \text{ kg}$, indicar el valor de m_2 para que sea nula la aceleración angular de las ruedas. Si, para el valor de m_2 calculado anteriormente, se aumenta la otra masa hasta $m_1=36 \text{ kg}$, calcular la aceleración angular de las ruedas y la tensión de las cuerdas.



6. Una esfera hueca y otra sólida (y uniforme) de la misma masa M e igual radio R ruedan sin deslizamiento por un tobogán curvo desde una misma altura H . Ambas se mueven horizontalmente al salir de la rampa. Cuando las esferas chocan contra el suelo, el alcance de la esfera hueca es L , y el de la esfera sólida, L' . Calcular el cociente L'/L . Momentos de inercia con respecto a su centro de masa: $I=(2/3)MR^2$ (esfera hueca), $I=(2/5)MR^2$ (esfera sólida).

7. Una bola maciza de masa M y radio R se lanza de tal modo que cuando toca el suelo se mueve horizontalmente con una velocidad $v_0=5 \text{ m/s}$, y avanza deslizando sin rodar. El coeficiente de

* Las soluciones a los problemas 1 y 12 deberán ser entregados al comienzo de la clase del 17/11/2016.

rozamiento cinético entre la bola y el suelo es $\mu_c=0.08$. Demostrar que el tiempo durante el cual la bola se desliza sin rodar está dada por $\Delta t = \frac{2v_0}{7\mu_c g}$, y evalúa esta expresión con los datos del problema. Demostrar también que la distancia recorrida deslizándose antes de empezar a rodar está dada por $\Delta x = \frac{12v_0^2}{49\mu_c g}$, de nuevo, evaluar esta expresión con los datos del problema. Ayuda: Obtener las expresiones cinemáticas para v_{cm} y ω e imponer $v_{cm} = R\omega$.

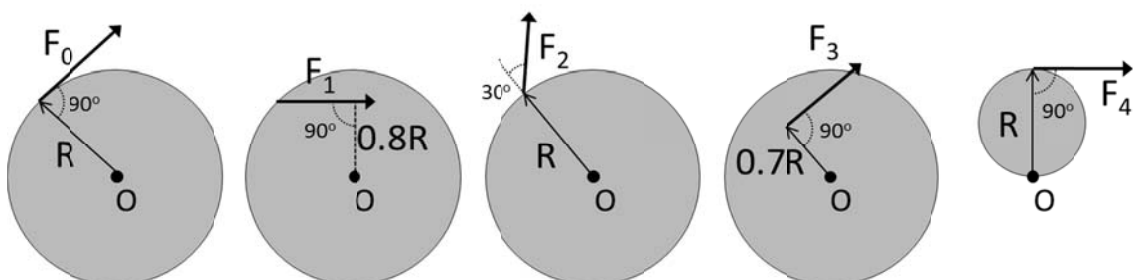
8. Un disco uniforme de radio 0.12 m y masa 5 kg tiene un eje central de modo que puede girar libremente alrededor. Se enrolla una cuerda alrededor del disco y se tira de ella con una fuerza de 20 N. (a) ¿Cuál es el momento ejercido sobre el disco respecto al eje de rotación? (b) ¿Cuál es la aceleración angular del disco? (c) Si el disco parte del reposo ¿cuál es su velocidad angular después de 5 s? (e) Hallar el ángulo total que gira el disco en 5 s. (f) Demostrar que el trabajo realizado por el momento es igual a la energía cinética del disco.

9. Calcular el momento, $\boldsymbol{\tau} = \tau_x \mathbf{i} + \tau_y \mathbf{j} + \tau_z \mathbf{k}$, respecto al origen debido a la fuerza $\mathbf{F} = Ti - mg\mathbf{k}$ que actúa sobre una partícula situada en $\mathbf{r} = xi + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, y encontrar el lugar geométrico de las posiciones de la partícula para los que (a) τ_x es nulo, (b) τ_y es nulo, y (c) τ_z es nulo.

10. Determinar el momento angular respecto al origen en las siguientes situaciones. (a) Un coche de masa 1200 kg que se mueve en un círculo de 20 m de radio con velocidad constante de 15 m/s. El círculo se halla en el plano xy , centrado en el origen. Visto desde un punto situado en la parte positiva del eje z , el coche se mueve en sentido anti-horario. (b) EL mismo coche se mueve con velocidad $\mathbf{v} = -(15 \text{ m/s})\mathbf{j}$ a lo largo de la línea $y = y_0 = 29 \text{ m}$, en el plano xy , paralela al eje x . (c) Un disco en el plano xy de radio 20 m y masa 2400 kg gira con una velocidad angular de 0.75 rad/s alrededor de su eje, que coincide con el eje z . Visto desde un punto situado en la parte positiva del eje z , el disco se mueve en sentido anti-horario.

11. Dos discos de masa idéntica, pero de radios diferentes, R y $2R$, giran sobre el mismo eje sin rozamiento a la misma velocidad angular ω_0 , pero en sentidos opuestos. Lentamente, los dos discos son impulsados el uno hacia al otro hasta que sus superficies entran en contacto. La fuerza de rozamiento superficial da lugar a que finalmente ambos posean la misma velocidad angular ¿Cuál es el módulo de esta velocidad angular final? ¿Cuál es el cambio de energía cinética de rotación del sistema?

12*. Indicar los valores de los módulos de las fuerzas F_1 , F_2 , F_3 y F_4 para que la aceleración angular α de todos los discos (de densidad uniforme y masa M) en su rotación alrededor del eje O sea la misma. Expresar el resultado en función de los parámetros F_0 , M y R .



* Las soluciones a los problemas 1 y 12 deberán ser entregados al comienzo de la clase del 17/11/2016.