

# Grado en Física: Métodos Matemáticos II

Segunda prueba de evaluación continua. 14 de noviembre de 2021.

Se debe entregar esta prueba en formato **pdf** antes del jueves 18 de noviembre a las 23:55, hora peninsular española. El archivo debe tener por nombre **Apellido1\_Apellido2\_Nombre.pdf**. Importante: Justifíquense los razonamientos seguidos.

## Problema 1

Dada la función  $f(z) = \sqrt[3]{-z}$  en la determinación principal de la raíz (es decir,  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$  está definido con un corte a lo largo del eje  $x$  negativo con punto de ramificación  $x = 0$ ):

- (i) Demostrar que la función es analítica en su dominio de definición (2,5 puntos);
- (ii) Demostrar que la función  $f(z)$  tiene un corte con punto de ramificación  $x = 0$  calculando la diferencia

$$\frac{f(x + i0) - f(x - i0)}{\sqrt[3]{r}},$$

para  $x > 0$  y  $x < 0$ . Identificar si el corte es a lo largo del semieje  $x$  positivo o negativo (2,5 puntos).

- (iii) Calcular la integral de  $f(z)$  a lo largo de la circunferencia de radio unidad en sentido antihorario (2,5 puntos).

## Problema 2

Determinar el desarrollo en serie de Laurent de la siguiente función alrededor de cada una de sus singularidades, indicar el radio de convergencia y el tipo de singularidad (2,5 puntos).

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - i}$$