Curso 2021/22

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.

PROBLEMAS. Hoja 3

1. Calcular la función de estabilidad de los siguientes métodos:

a) Euler: $y_{n+1} = y_n + hf_n$.

b) Euler implícito: $y_{n+1} = y_n + hf_{n+1}$.

c) Runge, $y_{n+1} = y_n + hf(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_n)$.

d) Trapecio, $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_n + f_{n+1})$.

2. Determinar los regiones de estabilidad de los métodos de Euler explícito, Euler implícito, trapecio y Runge.

3. Ver que los métodos Euler explícito y Runge no son A-estables.

4. Ver que los métodos Euler implícito y trapecio son A-estables.

5. Sea la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} &Y'(t) = -\lambda Y(t), \qquad t > 0,\\ &Y(0) = a, \end{aligned}$$

con $\lambda > 0$ cuya solución es $Y(t) = ae^{-\lambda t}$.

i) Identifica su ecuación discreta utilizando el método del punto medio (leap-frog): $y_{n+2} - y_n = 2hf_{n+1}$.

ii) Determina el polinomio de esta ecuación discreta. Cuáles son su dos raíces $r_1(h)$, $r_2(h)$.

iii) Dados dos valores de arranque, y_0 e y_1, calcula α y β para que la solución de la ecuación discreta sea:

$$y_n = \alpha[r_1(h)]^n + \beta[r_2(h)]^n, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

iv) Cuándo y_n está acotada cuando $n \to \infty$? Ocurre para todos los datos de arranque? Para qué casos ocurre? Es un método convergente?