

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.

**PROBLEMAS. Hoja 3**

1. Calcular la función de estabilidad de los siguientes métodos:

- a) Euler:  $y_{n+1} = y_n + hf_n$ .
- b) Euler implícito:  $y_{n+1} = y_n + hf_{n+1}$ .
- c) Runge,  $y_{n+1} = y_n + hf(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f_n)$ .
- d) Trapecio,  $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}(f_n + f_{n+1})$ .

2. Determinar los regiones de estabilidad de los métodos de Euler explícito, Euler implícito, trapecio y Runge.

3. Ver que los métodos Euler explícito y Runge no son A-estables.

4. Ver que los métodos Euler implícito y trapecio son A-estables.

5. Sea la ecuación diferencial

$$\begin{aligned} Y'(t) &= -\lambda Y(t), & t > 0, \\ Y(0) &= a, \end{aligned}$$

con  $\lambda > 0$  cuya solución es  $Y(t) = ae^{-\lambda t}$ .

- i) Identifica su ecuación discreta utilizando el método del punto medio (leap-frog):  
 $y_{n+2} - y_n = 2hf_{n+1}$ .
- ii) Determina el polinomio de esta ecuación discreta. Cuáles son su dos raíces  $r_1(h)$ ,  $r_2(h)$ .
- iii) Dados dos valores de arranque,  $y_0$  e  $y_1$ , calcula  $\alpha$  y  $\beta$  para que la solución de la ecuación discreta sea:

$$y_n = \alpha[r_1(h)]^n + \beta[r_2(h)]^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

- iv) Cuándo  $y_n$  está acotada cuando  $n \rightarrow \infty$ ? Ocurre para todos los datos de arranque? Para qué casos ocurre? Es un método convergente?

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle arrow shape pointing to the right.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**