

**DEPARTAMENTO DE MATEMATICA APLICADA**  
**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**Análisis de Variable Real. Curso 13–14.**  
**Cálculo diferencial: optimización y representación gráfica. Hoja 7**

148 Resuelve estos problemas de optimización:

1. Dividir un número positivo en dos sumandos de tal forma que su producto sea lo mayor posible.
2. Torcer un trozo de alambre de longitud  $L$  de manera que forme un rectángulo cuya área sea la mayor posible.
3. ¿Cuál de los triángulos rectángulos de perímetro dado igual a  $P$  tiene mayor área?
4. Con  $L$  metros de malla metálica hay que hacer un vallado rectangular usando como cuarto lado una pared. ¿Qué forma ha de tener para que quepan mas ovejas?
5. Con un carton cuadrado de lado  $L$  hay que hacer una caja de base rectangular y abierta (sin tapa) quitando para ello cuadrados en las esquinas y doblando los salientes de la figura de cruz obtenida. ¿Cómo conseguir la caja de mayor volumen?
6. Hay que hacer un depósito de lata de base cuadrada, sin tapa y en el que quepan  $V$  litros de líquido. ¿Cómo hacerlo con la menor cantidad de lata?
7. ¿Cuál de los cilindros de volumen dado tienen menor superficie total?
8. Inscribir en una esfera dada un cilindro de volumen máximo.
9. Inscribir en una esfera dada un cilindro que tenga la mayor superficie lateral posible.
10. Inscribir en una esfera dada un cono de volumen máximo
11. Inscribir en una esfera dada un cono circular recto que tenga la mayor superficie lateral posible.
12. Circunscribir en torno a un cilindro dado un cono recto que tenga el menor volumen posible (los planos y centros de sus bases circulares coinciden).
13. De una hoja circular hay que cortar un sector tal que enrollado nos de un embudo con la mayor capacidad posible.
14. Un recipiente abierto esta formado por un cilindro terminado en su parte inferior por una semi-esfera. ¿Cuáles han de ser las dimensiones para que sin variar la capacidad se emplee la menor cantidad de material?
15. Por un punto en  $\mathbb{R}^2$  de coordenadas positivas pasa una recta que corta a los dos semiejes positivos. Encontrar la recta para que el área sea mínima y determinar dicha área.

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, green, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the word "Cartagena". The text is set against a light blue background with a white, cloud-like shape behind it. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

a un punto  $B$  en la otra. Sabiendo que la velocidad con la que se mueve por la orilla es  $k$  veces

la velocidad con la que nada, (en línea recta) determinar el ángulo con el que debe cruzar el río

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.

Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

20. En los puntos  $A$  y  $B$  hay dos focos luminosos de intensidades  $p$  y  $q$ . Hallar el punto menos iluminado del segmento  $AB$ , usando que la iluminación en un punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco luminoso.
21. Una lámpara esta colgada sobre el centro de una mesa circular de radio  $r$ . ¿A qué altura debe estar la lámpara para que la iluminación en el borde sea lo mejor posible? (la iluminación es proporcional al coseno del ángulo de incidencia e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco de luz).
22. En un momento dado un barco  $B$  se encuentra a 65 millas náuticas de otro  $A$ .  $B$  empieza a moverse en dirección oeste a 10 millas por hora y  $A$  lo hace hacia el sur con velocidad 15 millas por hora. Si ambos mantienen rumbo y velocidad encuentra el tiempo en que la distancia sea mínima y hallar dicha distancia.
23. Se quiere construir un recipiente cilíndrico de base circular y de  $64 \text{ cm}^3$  de volumen. Hallar las dimensiones para que se use una cantidad mínima de material en los casos de que el recipiente sea abierto o sea cerrado.
24. En una fábrica el coste total de producción de  $x$  unidades diarias es de  $1/4x^2 + 35x + 25$  céntimos de euro, mientras que el precio de venta unitario es de  $50 - 1/2x$  céntimos. Hallar la producción diaria óptima.
25. Hallar el punto de la parábola  $y = 4 - x^2$  en la que la tangente determina con los ejes coordenados en el primer cuadrante, un triángulo de área mínima.
26. Hallar mínima distancia (Euclídea) del punto  $(4, 2)$  a la parábola  $y^2 = 8x$ .
27. Inscribir en un cono circular recto un cilindro circular recto, de manera que el volumen sea máximo. Idem con el área lateral. Idem con el área total.
28. Encontrar el área mínima de todos los triángulos isosceles que se pueden circunscribir en una circunferencia dada. Comprobar que dicho triángulo es equilátero.
- 149** Obtener la velocidad y la altura en cada momento, de un objeto de masa  $m$  que se mueve en vertical bajo la acción exclusiva de la gravedad (supuesta constante).
- 150** La probabilidad de que una molécula de masa  $m$  en un gas a temperatura  $T$  tenga una velocidad  $v$  viene dada por la distribución de Maxwell-Boltzmann

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann.

Calcular la velocidad más probable, es decir, la velocidad para la que la probabilidad alcanza el máximo.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Cartagena99

...  
el tanque está lleno hasta una altura de 2 m.

**153** Encontrar dos números  $x, y$  de suma dada tales que

i)  $xy$  sea máximo

ii)  $x^2 + y^2$  sea mínimo

iii)  $x^2y^3$  sea máximo

**154** En el plano se traza una recta desde el punto  $(0, a)$  hasta el eje horizontal y desde ahí otra al punto  $(1, b)$ , siendo  $a, b > 0$ .

Demstrar que la longitud total es mínima cuando los ángulos de ambas rectas con el eje horizontal son iguales.

**155** Representar gráficamente las siguientes funciones.

Para ello estudiar: dominio de definición, simetrías (par, impar, periódica), cortes con los ejes, límites en la frontera del dominio, continuidad, derivabilidad, crecimiento/decrecimiento, concavidad/convexidad, máximos/mínimos/puntos de inflexión, asíntotas (verticales, horizontales, oblicuas).

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, f(t) = \frac{t^3}{(1+t)^2}, f(z) = \frac{z}{z^2-z-2}, f(x) = \frac{1}{1+e^x}, f(t) = \frac{\ln(|t|)}{t}, f(x) = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x > 1/2 \\ -2x^2 + 1 & \text{si } x \leq 1/2, \end{cases}$$
$$f(x) = |x^2 - 5x + 6|, f(t) = e^{-t^2}, f(t) = t^n e^{-t}, f(t) = e^{-at} \cos(bt), f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0, \end{cases}$$
$$f(z) = e^{\operatorname{sen}(z)}$$

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, teal-colored font. The "99" is significantly larger and more prominent than the word "Cartagena". The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70