

ELEMENTOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

CURSO 2015-2016

HOJA 4

1. Un depósito contiene sal disuelta en 1200 litros de agua con una concentración de 24 g/l. Se bombea en el depósito agua con sal con una concentración de 48 g/l a una velocidad de 8 l/min. El agua sale del depósito por un grifo a la misma velocidad.

- Determina la cantidad y la concentración de sal en el depósito como función del tiempo.
- ¿Cuanto tiempo tardará la concentración de sal en llegar hasta 26 g/l?

2. Se bombea cerveza con un contenido del 6 % de alcohol por litro en un tanque que contiene 1200 litros de cerveza con una proporción de alcohol del 3 %. La cerveza entra en el tanque con una velocidad de 12 litros por minuto y una vez bien removida la mezcla sale a la misma velocidad.

- ¿Cuántos litros de alcohol hay en el tanque en el instante t ($t > 0$)?
- ¿Cuál es el porcentaje de alcohol en el tanque cuando $t \rightarrow \infty$?

3. Un depósito con una capacidad de 80 litros contiene 40 litros de agua con 1,5 kg de sal disuelta. El depósito está abierto en su parte superior. En el depósito entra agua con una concentración de 0,125 kg de sal por litro a una velocidad de 16 litros por minuto. La mezcla sale del depósito a una velocidad de 8 litros por minuto. ¿En qué momento la disolución empezará a rebosar por la parte superior del depósito y cuál será la cantidad de sal que habrá en el depósito en ese momento?

4. A las 10 de la noche de un animado viernes por la noche, un local de 20 metros de largo por 10 de ancho por 3 de alto se encuentra lleno de clientes. Muchos de estos clientes son fumadores, de manera que el aire del local se va llenando del humo de los cigarrillos que contiene un 4 % de monóxido de carbono a una velocidad de 0,004 m³ por minuto. Supongamos que esta velocidad no varía significativamente en toda la noche. Antes de las 10 no había ningún rastro de monóxido de carbono en el local. El local está dotado con un buen sistema de renovación de aire que hace que que el humo se mezcle de forma uniforme con el aire y fluya hacia el exterior a una velocidad de 0,04 m³ por minuto.

Según las autoridades sanitarias una exposición prolongada a una concentración de monóxido de carbono superior o igual al 0,012 % se considera peligrosa para la salud. Sabiendo que el local cierra a las 5 de la madrugada ¿se alcanzará la concentración crítica de 0,012 % de monóxido de carbono en el aire antes de la hora de cierre?

5. Resuelve las ecuaciones diferenciales siguientes:

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------|
| a) $3xy' - 2y = x^3y^{-2}$ | b) $y = xy' + (y')^2$ |
| c) $y = 2xy' + \sin y'$ | d) $xy' + 2y + x^5y^3e^x = 0$ |
| e) $y = 2xy' + \log y'$ | f) $y = (y')^2e^{y'}$ |
| g) $y^4 - (y')^4 - y(y')^2 = 0$ | h) $x = (y')^3 + y'$ |

6. Integra la ecuación diferencial

$$xy' = y + \frac{2x}{x^4 - 1}(y^2 - x^2)$$

sabiendo que admite soluciones particulares de la forma $y = ax + b$.

7. Halla la curva para la cual el segmento de la tangente comprendido entre los ejes coordenados tiene una longitud constante a .

8. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden y de grado 2 respecto a y' :

a) $y(y')^2 + (x - y)y' - x = 0.$

b) $x(y')^2 + 2xy - y = 0.$

c) $(y')^2 - 2yy' = y^2(e^x - 1).$

d) $y = x + y' - 3(y')^2.$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $xy'' = y' + (y')^2.$

b) $xy^{(4)} - y''' = 0.$