

# Matemática Discreta y Álgebra Lineal

## ÁLGEBRA

1. Responde verdadero o falso **razonadamente** a las siguientes afirmaciones:

- (a) Un sistema con dos ecuaciones lineales y tres incógnitas cuyos coeficientes no son todos nulos es siempre compatible indeterminado
- (b) Teniendo un sistema generador de un subespacio vectorial, con pocos cálculos, puedo saber la dimensión de ese subespacio vectorial.
- (c) Sea  $H = \{A \in M_{n \times n} / \det(A) \neq 0\}$ . La función  $f : H \rightarrow H$  que a cada matriz le hace corresponder su inversa es lineal.
- (d) Es imprescindible encontrar una base ortonormal en un espacio vectorial euclídeo para poder calcular la norma de cualquier vector del espacio.
- (e) Si  $A$  es diagonalizable, y  $A$  es semejante a  $B$ , entonces  $B$  también es diagonalizable.

2. Discutir, en función de  $a$ , el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ -ax + y + z + t = 2 \\ x - ay + z + t = 3 \\ x + y - az + t = 4 \\ x + y + z - at = 5 \end{cases}$$

3. (a) Determinar los valores de  $a$  y  $b$ , si es que existen, para que

$$L = [(a, 1, -1, 2), (1, b, 0, 3)] = L[(1, -1, 1, -2), (-2, 0, 0, -6)]$$

(b) En el espacio vectorial real  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  se consideran los subespacios vectoriales:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) / a + b + c + d = 0 \right\}$$

$$W_2 = L \left[ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

Calcular una base y la dimensión de ambos subespacios vectoriales. Calcular las ecuaciones implícitas de ambos subespacios.

(c) En  $\mathbb{R}^4$  se considera el subespacio vectorial

$$W_1 = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x - y + 3z = 0, x + y - 2z + 2t = 0\}$$

Demuestra que es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$  y extiende una base de  $W_1$  a una base de  $\mathbb{R}^4$ .

4. Sea la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $f((-1, 1, 3)) = (6, -4, 16)$ ,  $f((-2, 1, 1)) = (-2, -5, 1)$  y  $f((3, 2, -1)) = (1, 14, -12)$ .

- (a) Calcular la matriz asociada a  $f$  respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .
- (b) Calcular una base del núcleo y de la imagen.
- (c) Decide si es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva. Justifica tu respuesta.

5. (a) Calcular un conjunto ortonormal a partir del conjunto de vectores de  $\mathbb{R}^4$  con el producto escalar usual:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Para  $m = 0$ , calcula la descomposición  $A = QDQ^{-1}$ .