

# PROBLEMAS FISICA III- Hoja 5

## Problema 1

Una onda es de la forma  $y = A\cos(2\pi x/\lambda + \pi/3)$  para  $x < 0$ . Sabemos que para  $x > 0$  su longitud de onda se reduce a la mitad. Aplicando requisitos de continuidad en la frontera  $x = 0$  determinar la amplitud, en relación con  $A$ , y la fase en  $x > 0$ .

## Problema 2

El estado de energía más bajo de una partícula confinada en un pozo infinito es  $4.4 \text{ eV}$ . Si duplicamos la anchura del potencial cual sería la energía más baja?

## Problema 3

Un electrón está atrapado en un pozo infinito de anchura  $0.120 \text{ nm}$ . Determinar las tres longitudes de onda mayores permitidas para la onda de de Broglie del electrón.

## Problema 4

Un electrón está atrapado en un pozo de anchura  $0.05 \text{ nm}$ . Determinar las tres energías más bajas posibles.

## Problema 5

Una partícula viene descrita por la función de onda

- $\Psi_1(x) = -b(x^2 - a^2)$  para  $0 \leq x \leq a$
- $\Psi_2(x) = (x - d)^2 - c$  para  $a \leq x \leq w$
- $\Psi_3(x) = 0$  para  $x \geq w$

Determinar  $c$  y  $d$  en términos de  $a$  y  $b$  aplicando las condiciones de continuidad en  $x=a$ . Determinar  $w$  en función de  $a$  y  $b$ .

## Problema 6

La función de onda de una partícula es  $\Psi(x) = b(a^2 - x^2)$  para  $-a \leq x \leq a$  y  $\Psi(x) = 0$  fuera. Encontrar  $b$  en función de  $a$  usando las condiciones de normalización. Determinar la probabilidad de encontrar a la partícula entre  $a/2$  y  $a$ .

## Problema 7

La función de onda de una partícula es  $\Psi(x) = Cxe^{-bx}$  siendo  $C$  y  $b$  constantes reales. Determinar la energía potencial de la partícula y la total.

## Problema 8

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\Psi(x) = 0 \quad ; x > L/2 \quad (4)$$

Determinar C, la probabilidad de que la partícula se encuentre entre  $[0, L/4]$  y  $x >$ .

### Problema 9

Una partícula se encuentra en un pozo infinito en su estado fundamental con una energía  $E = 1.26 \text{ eV}$ . Determinar la energía necesaria para llevarla a los estados excitados  $n = 3, 4$ .

### Problema 10

Un electrón está atrapado en un pozo infinito de anchura  $0.251 \text{ nm}$  encontrándose inicialmente en el estado  $n = 4$ . Determinar las energías de los fotones emitidos cuando el electrón salte de todas las distintas maneras posibles al estado fundamental.

### Problema 11

Una partícula se encuentra atrapada en un pozo infinito de anchura  $L$ , encontrándose en su estado fundamental. Determinar la probabilidad de encontrar a la partícula en  $[0, L/3]$ ,  $[L/3, 2L/3]$  y  $[2L/3, L]$ .

### Problema 12

Probar que la constante de normalización de la función de onda de un oscilador armónico en su estado fundamental es

$$A = \left( \frac{m\omega_0}{\hbar\pi} \right)^{1/4} \quad (5)$$

### Problema 13

Para un oscilador armónico clásico, los puntos de retorno  $\pm x_0$  son tales que en ellos  $K = 0$  y por tanto la energía total  $E = U$ . Probar que para un oscilador cuántico en su estado fundamental  $x_0 = \left( \frac{\hbar\omega_0}{k} \right)^{1/2}$ . Determinar los puntos de retorno en los dos primeros estados excitados.

### Problema 14

Para el oscilador armónico en su estado fundamental, determinar  $\langle x \rangle$ ,  $\langle x^2 \rangle$  y  $\Delta x$ .

### Problema 15

La energía de una electrón que oscila en su estado fundamental es  $1.24 \text{ eV}$ . Determinar la energía necesaria para llevarlo a su segundo y cuarto estado excitado.

### Problema 16

Para una partícula con energía  $E < U_0$  que incide sobre un escalón de potencial, evaluar las constantes de normalización de la onda reflejada y transmitida en función de la incidente a partir de las relaciones de continuidad en  $x = 0$ .

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena99' in a stylized, green, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white, cloud-like shape behind it. Below the text, there is a horizontal orange and yellow gradient bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### Problema 19

Consideremos la siguiente barrera de potencial

- $U(x) = 0 ; x < 0$
- $U(x) = U_0 ; 0 < x < L$
- $U(x) = 0 ; x > L$

Supongamos que  $E < U_0$ . Escribir la función de onda en las tres regiones anteriores en notación exponencial. Usar las condiciones de contorno en  $x = 0$  y en  $x = L$  para encontrar cuatro relaciones entre los seis coeficientes necesarios para el apartado anterior. Supongamos que un haz de partículas incide desde la izquierda sobre esta barrera. Qué coeficiente deberá ser cero?

### Problema 20

Repetir el ejercicio anterior si  $E > U_0$ .

### Problema 21

Una partícula está confinada en una región tridimensional de dimensiones  $L \times L \times L$ . Probar que los niveles de energía vienen dados por  $E = (\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2})(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$ . Hacer un esquema con los cuatro niveles de energía más bajos, mostrando los números cuánticos y discutir la degeneración de estados.

### Problema 22

Una partícula está confinada en una caja de potencial bidimensional de longitud  $L$  y anchura  $2L$ . Probar que los autoestados de energía corresponden con los valores  $E = (\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2})(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4})$ . Encontrar los dos niveles de energía más bajos degenerados.

### Problema 23

Un oscilador armónico bidimensional tiene estados de energía  $E = \hbar\omega_0(n_x + n_y + 1)$  con  $n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots$ . Justificar este resultado basándose en los resultados conocidos para el oscilador unidimensional. Dibujar un diagrama con los cuatro estados de energía más bajos. Para cada nivel de energía mostrar además de  $E$  los correspondientes valores de  $n_x, n_y$  y discutir la degeneración.

### Problema 24

En el pozo de potencial infinito unidimensional, determinar:

- $\langle p \rangle$
- $\langle p^2 \rangle$
- $\Delta p$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- la incertidumbre en su momento
- la incertidumbre en su posición
- discutir el límite  $n \rightarrow \infty$

### Problema 25

Consideremos la siguiente función de onda :  $\Psi(x) = A\left(\frac{x}{x_0}\right)^n e^{(-x/x_0)}$ . Haciendo uso de la ecuación de Schroedinger, determinar el potencial  $V(x)$  y la energía  $E$  de modo que sea un autoestado de energía.

### Problema 26

Determinar la energía de enlace de una partícula de masa  $m$  en el potencial de corto alcance  $V = -V_0\delta(x)$

### Problema 27

Una partícula de masa  $m$  está ligada al potencial del ejercicio anterior. Determinar  $x_0$  tal que la probabilidad de encontrar a la partícula en  $|x| < x_0$  sea 0.5

### Problema 28

Consideremos un oscilador armónico y denotemos por  $\Psi_0$  y  $\Psi_1$  las funciones de onda reales asociadas al estado fundamental y al primer estado excitado. Sea  $A\Psi_0 + B\Psi_1$  la función de onda en un instante de tiempo cualquiera. Demostrar que en general  $\langle x \rangle \neq 0$  y determinar los valores de  $A$  y  $B$  que hacen  $\langle x \rangle$  extremo, máximo o mínimo.

### Problema 29

La función de onda de una partícula que se mueve en una dimensión bajo un potencial  $V(x)$  es  $\Psi(x) = \left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right)^{1/4} \cdot e^{-\gamma^2 x^2/2}$  con energía  $E = \hbar^2 \gamma^2/2m$ . Determinar: i)  $\langle x \rangle$ , ii)  $\langle p \rangle$  y iii)  $V(x)$ .

### Problema 30

Un electrón con energía  $1 \text{ eV}$  incide sobre una barrera rectangular de potencial  $V_0 = 2 \text{ eV}$ . Determinar la anchura de esta barrera para que el coeficiente de transmisión sea  $10^{-3}$ .

### Problema 31

Consideremos un pozo de potencial rectangular:

- $V(x) = 0 ; x < 0$
- $V(x) = -V_0 ; 0 < x < a$
- $V(x) = 0 ; x > 0$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- $V(x) = \infty ; x < 0$
- $V(x) = 0 ; 0 < x < a$
- $V(x) = V_0 ; x > a$

Demostrar que para  $E < V_0$  los estados ligados vienen determinados por la ecuación

$$\tan \frac{a\sqrt{2mE}}{\hbar} = -\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}} \quad (6)$$

### Problema 33

Un electrón está confinado en el estado fundamental de un oscilador armónico de manera que  $\sqrt{(x - \langle x \rangle)^2} = 0.1 \text{ nm}$ . Determinar la energía, en eV, necesaria para llevarlo al primer estado excitado.

### Problema 34

Una partícula de masa  $m$  se mueve desde la derecha en una dimensión bajo un potencial :

- $V(x) = 0 ; x < 0$
- $V(x) = V_0 ; x > 0$

Determinar los coeficientes de reflexión y transmisión.

### Problema 35

Consideremos un haz de partículas de masa  $m$  que se mueven según  $+OX$  con energía cinética  $E$ . Se encuentran con un escalón de potencial:

- $V(x) = 0 ; x \leq 0$
- $V(x) = 3E/4 ; x > 0$

Determinar la fracción de las partículas del haz que se reflejan en  $x = 0$ .

### Problema 36

Una partícula está confinada en un pozo infinito de potencial entre  $0 < x < L$ . Supongamos que en el centro del pozo es decir en  $x = L/2$  tengamos un potencial dado por  $V(x) = \lambda \delta(x - \frac{L}{2})$ . Encontrar una ecuación trascendente que ligue los autovalores de la energía  $E$  con  $\lambda$ ,  $m$  y  $L$ .

### Problema 37

Consideremos una partícula sujeta al potencial

- $V(x) = \infty ; x < 0$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70