

Práctica 4 (Grupos H)

1. Considere las funciones de producción

$$f_1(x, y) = x + 2y, \quad f_2(x, y) = xy^{1/2}, \quad f_3(x, y) = (x^{1/2} + y^{1/2})^{1/2}$$

siendo x e y las cantidades empleadas de los factores de producción X e Y . Encuentre, si fuese posible, una función entre las anteriores para representar:

- Un proceso de producción con productividades marginales positivas, tal que la cantidad adicional producida con una unidad adicional del factor X sea mayor cuanto menor sea la cantidad empleada del factor Y .
- Un proceso de producción tal que la productividad marginal del factor Y sea creciente en x y la productividad marginal del factor X sea decreciente en y .
- Un proceso de producción con productividades marginales positivas, tal que la productividad marginal del factor Y sea creciente en x y decreciente en y .

2. Considere la función

$$f(x, y) = \ln(x + 1) + 2y$$

- Dibuje la curva de nivel de valor 1 de f .
- Calcule el gradiente de f en (x, y) . Use la condición suficiente de diferenciabilidad para analizar si f es diferenciable en $(0, 1)$.
- Obtenga la diferencial de f en el punto $(0, 1)$.
- Obtenga la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0, 1, f(0, 1))$
- Diga, sin usar la calculadora, cuál es aproximadamente el valor de $f(0.1, 1.02)$

3. La función de beneficios de una empresa es $B(K, L) = 16K^{1/4}L^{1/4} - 4K - L$ donde K es la cantidad de capital y L la de trabajo. Actualmente $(K, L) = (1, 16)$.

- Explique cuál de las siguientes alternativas le parece más adecuada para aumentar el beneficio:
 - Aumentar la cantidad de capital en una décima.
 - Disminuir la cantidad de trabajo en una unidad
 - Aumentar la cantidad de capital en cinco centésimas y disminuir el trabajo en cinco décimas.
 - Aumentar K en una décima y disminuir el trabajo un 1%.

b) Calcule la función lineal $g(K, L)$ que mejor aproxima a la función $B(K, L)$ para valores (K, L) cercanos a $(1, 16)$. Use esta función para hallar cuál es aproximadamente el beneficio si K aumenta en media unidad y L se incrementa un 10%.

4. La función de utilidad de un consumidor es $U(x, y) = x + \ln y$ donde x e y representan los niveles de consumo de dos bienes X e Y respectivamente. Actualmente $(x, y) = (0, 1)$.

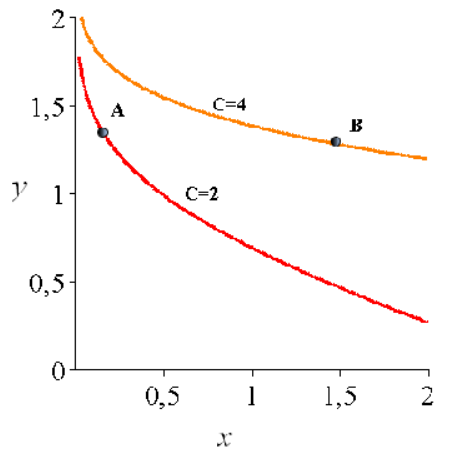
- Calcule la curva de nivel que contiene a la cesta $(0, 1)$. Represente gráficamente el conjunto de todas las combinaciones de bienes preferidos o indiferentes a la cesta $(0, 1)$.
- Calcule la recta tangente a la curva de nivel anterior en el punto $(0, 1)$.
- Calcule el incremento aproximado de $U(x, y)$ si x aumenta en una décima. Justifique que, en un punto cualquiera (x, y) con $y > 1$, el consumidor siempre prefiere aumentar x a aumentar y .
- El consumidor desea cambiar los niveles de consumo sin modificar "prácticamente" su utilidad. ¿Cómo debería alterar los niveles de consumo x e y ?
- Justifique la siguiente relación: $U(x, y) \simeq x + y - 1$, para todo punto (x, y) cercano al punto $(0, 1)$.

5. En el siguiente gráfico aparecen las curvas de nivel de valor 2 y 4 de cierta función $f(x, y)$ con derivadas parciales primeras continuas.

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena" in a stylized, blue, serif font with a slight shadow effect, followed by "99" in a larger, bold, blue font. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



- a) Dibuje en el punto A la dirección de variación nula para f partiendo del punto A . Dibuje en el punto B la dirección de máximo aumento para f partiendo del punto B .
- b) ¿Qué signo tienen las derivadas parciales de f en el punto B ? Si estando en el punto B se pudiera elegir entre aumentar x en una décima o aumentar y en una décima ¿cuál de las dos opciones aumentaría más el valor de la función?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70