

Lógica y Estructuras Discretas  
Código de la asignatura: 71901037  
Duración: 2 horas

Septiembre 2011  
**Tipo de examen: D**  
**Material Permitido: Ninguno**

**Instrucciones:** Responda al test en la plantilla impresa que se le facilita. Si responde al desarrollo, hágalo en una hoja aparte (con su nombre escrito). *Entregue sólo las respuestas del test y la hoja de desarrollo (si la ha respondido), no las hojas del enunciado.* Si considera que hay erratas, indíquelas en una hoja aparte y entréguela. Todas las hojas entregadas deberán ser escaneadas.

**Corrección del examen:** El examen consta de dos partes: (a) test, 9 puntos, (b) desarrollo, 1 punto. Test (18 preguntas): correcta, +0'5; incorrecta, -0'25; en blanco, -0. El desarrollo *se corregirá sólo si se han obtenido al menos 7'5 puntos de los 9 del test.*

## Datos

### *Datos de lógica proposicional y de predicados*

$X_1 : (p \vee q) \rightarrow ((\neg o \vee t) \wedge r \wedge s)$ $X_2 : \neg o \vee (\neg r \wedge p)$ $X_3 : \neg p \vee (q \wedge r)$ $X_4 : ((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$	
$Y_1 : (\forall x \exists y \neg Sxy) \rightarrow \neg(\forall z \exists w \neg Szw)$ $Y_2 : \neg(\forall x \exists y Sxy)$ $Y_3 : \neg(\exists w \exists t \neg Stw)$ $Y_4 : \exists t (Pt \rightarrow Stt)$	$P^Y : \text{dominio } U = \{0, 1\}, \text{ con}$ $P = \emptyset$ $S = \{(0, 0), (0, 1)\}$

# Test

1. Señale el conjunto satisfacible:

- a)  $\{X_1, X_2, X_4\}$
- b)  $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$
- c)  $\{X_1, X_3, X_4\}$

2. Es equivalente a  $X_3$ :

- a)  $(\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$
- b)  $p \vee (q \wedge r)$
- c)  $\neg p \rightarrow \neg(q \wedge r)$

3. *No* es consecuencia correcta:

- a)  $X_1, X_2 \models \neg X_4$
- b)  $X_2, X_4 \models \neg X_3$
- c)  $X_1, X_2 \models \neg X_3$

4. Señale el conjunto insatisfacible:

- a)  $\{X_1, X_2, X_3\}$
- b)  $\{X_2, X_3, X_4\}$
- c)  $\{X_2, X_3\}$

5. Sean  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  y  $\psi$  cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si  $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \psi)$  es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- a)  $\{\varphi_1, \varphi_2\} \models \psi$
- b)  $\{\varphi_1, \psi\} \models \neg\varphi_2$
- c)  $\neg((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \psi)$  es insatisfacible

6. Es insatisfacible:

- a)  $\{Y_1, Y_2, Y_4\}$

b)  $\{Y_2, Y_3, Y_4\}$

c)  $\{Y_1, Y_2\}$

7. Es consecuencia:

a)  $\{Y_1, Y_2\} \models \neg Y_4$

b)  $\{Y_1, Y_4\} \models \neg Y_3$

c)  $\{Y_2\} \models \neg Y_3$

8. Señale la tautología:

a)  $Y_1 \rightarrow \neg Y_2$

b)  $Y_2 \rightarrow \neg Y_3$

c)  $Y_1 \rightarrow \neg Y_4$

9. La interpretación  $I^Y$  no satisface:

a)  $Y_1$

b)  $Y_2$

c)  $Y_3$

10. Sea  $A$  un conjunto finito cualquiera, y sea  $n = |A|$ . ¿Cuál es la cardinalidad del conjunto  $A^2$ ?

a)  $n$

b)  $n^2$

c)  $n^n$

11. Sean  $A$  el conjunto de los números enteros pares y sea  $B$  el conjunto de los números enteros que son múltiplos de 3. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es subconjunto de  $A \times B$ ?

a) El conjunto de los números enteros múltiplos de 6

b) El conjunto  $\{(3, 2)\}$

c) El conjunto  $\{(2, 3)\}$

12. Sea el conjunto  $A = \{1, 2\}$ . ¿Cuál de los siguientes conjuntos es el conjunto potencia de  $A$ ?

- a)  $\{\emptyset\} \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup \{A\}$   
 b)  $\emptyset \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup A$   
 c)  $\emptyset \cup \{\{1\}, \{2\}\} \cup \{A\}$
13. ¿Tienen los conjuntos  $\mathbb{N}$  y el conjunto potencia de  $\mathbb{N}$  la misma cardinalidad?
- a) Sí.  
 b) No.  
 c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de su cardinalidad.
14. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función de  $X = \{a, b, c\}$  a  $Y = \{1, 2, 3\}$ ?
- a)  $\{(a, 1), (b, 2), (a, 3)\}$   
 b)  $\{(b, 1), (c, 2), (b, 3), (a, 2)\}$   
 c)  $\{(c, 1), (b, 1), (a, 1)\}$
15. Sea un digrafo cualquiera  $G$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?
- a) Si  $G$  es conexo (débilmente conexo) entonces es unilateralmente conexo.  
 b) Si  $G$  no es unilateralmente conexo entonces es conexo.  
 c) Si un grafo  $G$  no es conexo entonces no es fuertemente conexo.
16. Un grafo no dirigido es conexo si:
- a) Desde cualquiera de sus nodos se puede llegar a cualquier otro.  
 b) El grado de entrada de todo nodo es igual a 1.  
 c) Permite bucles en cada uno de sus nodos.
17. Sea  $d$  la distancia del nodo  $a$  al nodo  $b$  en un digrafo  $G$ . ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para cualesquiera nodos  $a$  y  $b$ ?
- a)  $d$  es un número primo.  
 b)  $d \geq 1$ , pero  $d$  no puede ser infinito ( $\infty$ ).  
 c)  $d$  puede ser infinito ( $\infty$ ).
18. Sea  $G$  un grafo dirigido con  $n$  nodos. ¿Cuál es el número de arcos de un árbol de expansión para  $G$ ?

a)  $n^2$ .

b)  $n - 1$ .

c) No lo podemos saber sólo con los datos que nos da la pregunta.

## Pregunta de desarrollo

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento:

$$\forall x \exists y (\neg P_{xy} \vee \neg P_{yx}) \models \exists x (\exists y \neg P_{xy} \vee \exists y \neg P_{yx})$$