RESOLUCIÓN POSIBLE para la Segunda Parte

1) El teorema de Gauss proporciona la misma expresión en las tres zonas indicadas, es decir $\boldsymbol{D}_1 = \boldsymbol{D}_2 = \boldsymbol{D}_3 = \boldsymbol{D}$

$$\boxed{\boldsymbol{D} = \frac{Q}{4\pi r^2}\boldsymbol{u}_r \qquad (a < r < 4a)}$$

2) Pasando al campo eléctrico mediante $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ en las zonas 1 y 3, y $\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\mathrm{r}} \boldsymbol{E}$ en la zona 3, resulta

$$\boxed{\boldsymbol{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (a < r < 2a)} \quad \boxed{\boldsymbol{E}_2 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (2a < r < 3a)} \quad \boxed{\boldsymbol{E}_3 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (3a < r < 4a)}$$

3) El potencial se obtiene del campo eléctrico mediante $\boldsymbol{E} = -\operatorname{grad} V$, que se concreta en $E = -\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}$ por lo que resulta en cada zona

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_1 \quad V_2 = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r} + K_2 \quad V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + K_3$$

Imponiendo la continuidad del potencial en las fronteras de las tres zonas, se obtiene

$$\boxed{V_1 = V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right)} \quad \boxed{V_2 = V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{4a} - \frac{1}{2r}\right)} \quad \boxed{V_3 = V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{11}{12a} - \frac{1}{r}\right)}$$

4) El potencial de B se obtiene haciendo $r = 4a$ en la expresión de V_3. El resultado es

$$\boxed{V_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}}$$

5) La capacidad del condensador es $C = Q/(V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}})$. Sustituyendo valores ya obtenidos resulta

$$\boxed{C = 6\pi\varepsilon_0 a}$$

6) Como en la zona 2 es

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_{\mathrm{r}} - 1)\boldsymbol{E}_2 = \frac{\varepsilon_0 Q}{8\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{u}_r$$

Por tanto

$$\sigma_{\mathrm{p}}(r = 2a) = -\frac{Q}{32\pi a^2} \qquad \sigma_{\mathrm{p}}(r = 3a) = \frac{Q}{72\pi a^2}$$

y las cargas

$$Q_{\mathrm{p}}(r = 2a) = \sigma_{\mathrm{p}}(r = 2a)4\pi(2a)^2 \quad \text{y} \quad Q_{\mathrm{p}}(r = 3a) = \sigma_{\mathrm{p}}(r = 3a)4\pi(3a)^2$$

En resumen

$$\boxed{Q_{\mathrm{p}}(r = 2a) = -\frac{Q}{2}} \quad \boxed{Q_{\mathrm{p}}(r = 3a) = \frac{Q}{2}}$$

lo que indica que no existe carga de polarización en el interior del dieléctrico, lo que se deduce del carácter newtoniano de $\boldsymbol{P} = \dfrac{K}{r^2}$, pues $\kappa_{\mathrm{p}} = -\operatorname{div}\boldsymbol{P} = 0$.

7) En la zona 4, con vacío hasta el infinito, es $V_4 = \dfrac{5aV_{\mathrm{B}}}{r}$ y sustituyendo V_{B} ya obtenido, resulta:

$$\boxed{V_4 = \left(V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}\right)\frac{5a}{r} \qquad (5a \leq r)}$$

8) En la superficie exterior del conductor hueco ($r = 5a$) se distribuye uniformemente la carga $Q + Q_{\mathrm{B}}$. Por tanto

$$V_{\mathrm{B}} = \frac{Q + Q_{\mathrm{B}}}{20\pi\varepsilon_0 a} = V_{\mathrm{A}} - \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 a}$$

Si $Q_{\mathrm{B}} = 0$ resulta

$$\boxed{\frac{Q}{V_{\mathrm{A}}} = \frac{60\pi\varepsilon_0 a}{13}}$$