

## ELECTROMAGNETISMO Febrero 2011- 2ª Semana

**INSTRUCCIONES:** El examen consta de dos partes: Teoría (7ptos) y Problemas (3ptos). Para aprobar es necesario, pero no suficiente, obtener al menos 3ptos en la parte de Teoría y 1,5ptos en la de Problemas. **MATERIAL:** Calculadora no programable.

**TEORIA:** Conteste a las siguientes preguntas en un cuadernillo de examen como máximo. Procure ser claro y conciso.

- 1.- ¿Qué es un medio dispersivo? ¿Tiene sentido la definición de velocidad de grupo y paquete de ondas para tales medios? Razone la respuesta.
- 2.- Defina lo que es un contraste de potenciales. El contraste de Coulomb y las características de los potenciales electrodinámicos que se obtienen con este contraste.
- 3.- Las soluciones para las ecuaciones de los potenciales vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{[\rho(\mathbf{r}')]_{\tau^-}}{R} dV' \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{[\mathbf{J}(\mathbf{r}')]_{\tau^-}}{R} dV'$$

¿Como se denominan estos potenciales? Discuta el significado físico de estos resultados y razone si son solución única a las ecuaciones de los potenciales.

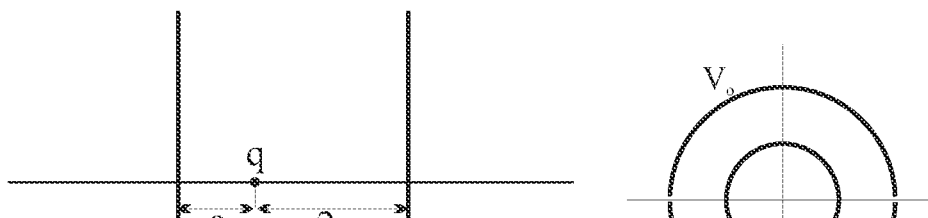
**PROBLEMAS.** Elija un problema de entre los dos propuestos. (sólo se corregirá un problema. Si un alumno hace los dos, sólo se corregirá el primero)

### PROBLEMA 1

Dos planos metálicos, indefinidos y separados una distancia  $3a$ , se encuentran a potencial cero. En el punto P se coloca una carga  $q$ . Hallar la fuerza sobre la carga con un error menor que el 1%.

### PROBLEMA 2

Sea un conductor cilíndrico coaxial indefinido en la dirección Z, cuya sección se muestra en la Figura 2. La capa conductora interior se encuentra a potencial nulo mientras la capa externa, está dividida en dos secciones a potenciales  $\pm V_0$ . Se pide encontrar la función potencial en el espacio comprendido entre los cilindros.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## FORMULARIO

### (1) Operaciones diferenciales vectoriales

Gradiente

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial x} \mathbf{u}_x + \frac{\partial U}{\partial y} \mathbf{u}_y + \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{u}_z \quad ; \quad \nabla U = \frac{\partial U}{\partial \rho} \mathbf{u}_\rho + \frac{\partial U}{\rho \partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi + \frac{\partial U}{\partial z} \mathbf{u}_z$$

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{\partial U}{r \partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \mathbf{u}_\varphi$$

Divergencia

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad ; \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\varphi + \frac{\partial}{\partial z} A_z$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} A_\varphi$$

Rotacional

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{u}_x & \mathbf{u}_y & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad ; \quad \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_\rho & \rho \mathbf{u}_\varphi & \mathbf{u}_z \\ \partial/\partial \rho & \partial/\partial \varphi & \partial/\partial z \\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z \end{vmatrix}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \mathbf{u}_r & r \mathbf{u}_\theta & (r \sin \theta) \mathbf{u}_\varphi \\ \partial/\partial r & \partial/\partial \theta & \partial/\partial \varphi \\ A_r & r A_\theta & (r \sin \theta) A_z \end{vmatrix}$$

### (2) Ecuación de los potenciales

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \nabla \left( \nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)$$

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi \rho - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{A}$$

### (3) Desarrollo de Fourier

$$F(x) = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\pi x/L) + b_n \sin(n\pi x/L))$$

$$a_n = 1/L \int_{-L}^L F(x) \cos(n\pi x/L) dx$$

$$b_n = 1/L \int_{-L}^L F(x) \sin(n\pi x/L) dx$$

### (4) Ecuación de Laplace en c. cartesianas

$$\Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad ; \quad k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 0$$

$$k_x^2 > 0 \quad X = A_1 \exp(k_x x) + A_2 \exp(-k_x x) = A_3 \sinh(k_x x) + A_4 \cosh(k_x x)$$

$$k_x^2 < 0 \quad X = A_5 \exp(i|k_x| x) + A_6 \exp(-i|k_x| x) = A_7 \sin(|k_x| x) + A_8 \cos(|k_x| x)$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$\phi = k_1 \ln r + k_2$$

(b) Invarianza longitudinal

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} = 0$$

o bien, si  $n = 0$

$$\phi = (C_1 r^n + C_2 r^{-n}) (A_1 \cos n\varphi + A_2 \sin n\varphi)$$

$$\phi = (k_1 \ln r + k_2) (A_1 \varphi + B_2)$$

(c) Simetría axial

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\phi = (B_1 J_0(kr) + B_2 N_0(kr)) (A_1 \cosh kz + A_2 \sinh kz)$$

ó

$$\phi = (C_1 I_0(kr) + C_2 K_0(kr)) (D_1 \cos kz + D_2 \sin kz)$$

(6) Ecuación de Laplace en c. esféricas

$$\Delta \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2}$$

(a) Simetría alrededor de z

$$\phi = (A_1 r^n + A_2 r^{-(n+1)}) P_n(\cos \theta)$$

(b) Asimetría total

$$\phi = (B_1 r^n + B_2 r^{-(n+1)}) (A_1 \cos m\varphi + A_2 \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta)$$

Funciones de Bessel de primera especie y orden cero

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{2m}}{(m!)^2}$$

$$N_0(x) = \frac{2}{\pi} \ln \left( \frac{\gamma x}{2} \right) J_0(x) - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (x/2)^{2m}}{(m!)^2} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{m} \right)$$

Funciones de Bessel modificadas o de argumento imaginario

$$I_0(x) = J_0(jx) \quad ; \quad K_0(x) = N_0(jx)$$

Polinomios de Legendre

$$P_m(\cos \theta) = \frac{1}{2^m m!} \left[ \frac{d}{d(\cos \theta)} \right]^m (\cos^2 \theta - 1)^m$$

$$P_0(\cos \theta) = 1$$

$$P_1(\cos \theta) = \cos \theta$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99