

APELLIDOS:

CALIFICACIÓN:

NOMBRE:

DNI:

1ª parte: sin libros, ni apuntes, ni calculadora (1h 30'): 7.5 pts

1ª parte A (uso de herramientas matemáticas básicas): 5.0 pts. de los 7.5 pts.

Nota: De acuerdo a la guía docente, es imprescindible tener soltura en el manejo de herramientas matemáticas básicas (prerrequisito para este curso), y se proponía una prueba de nivel a principio de curso. Esta prueba de nivel son los ejercicios 1-7 de este EC1 (1ª parte A), que suman 5.0 puntos.

Si en los ejercicios 1-7 no se obtienen 1.5 o más puntos, la nota de EC1 será la nota exclusivamente de los ejercicios 1-7, independientemente del resto de ejercicios.

Se recomienda tener especial cuidado en escribir vectores y escalares adecuadamente: no son lo mismo y cada equivocación en ese sentido se penalizará con **-0.05 puntos**.

Si alguna operación no tiene sentido se debe tachar de manera explícita el apartado y escribir "SIN SENTIDO".

1) Sean los vectores: (0.6 pts.) $\vec{a} = \hat{x} + \hat{y}$ $\vec{b} = \hat{y} - 2\hat{z}$ $\vec{c} = 3\hat{x} - \hat{y} + 2\hat{z}$

a) Calcule un vector unitario \hat{n} perpendicular a \hat{y} y \vec{c} : $\hat{n} =$

b) Calcule: $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \hat{x} =$

c) Calcule el valor de la proyección de \vec{c} sobre $\vec{a} - \vec{b}$:

2) Evalúe las siguientes expresiones para los vectores dados. (0.8 pts.)

$$\vec{v}_1 = -3\hat{\rho} + 4\hat{\phi} \quad \vec{v}_2 = \hat{\rho} + \hat{\phi} + 3\hat{z}$$

a) $|\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2|^{1/2} =$

b) $(\sqrt{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1}) \times 3\hat{\rho} =$

c) $3|\vec{v}_1 + \vec{v}_2|^{1/3} 2\hat{\rho} =$

d) $\hat{z} \times (\hat{z} \times \vec{v}_1) =$

3) Sean tres puntos A,B,C dados por sus coordenadas en cartesianas: (0.8 pts.)

$$A \equiv (3, -2, -6) \quad B \equiv (0, 5, 7) \quad C \equiv (-1, -1, 0)$$

a) Exprese el vector \hat{r} en coordenadas cartesianas en el punto A: $\hat{r} =$

b) Especifique el módulo del siguiente vector en el punto B: $|2 \sin^2 \varphi \hat{r} + 3 \cos^2 \varphi \hat{\theta}| =$

c) Especifique el módulo del siguiente vector en el punto C: $|xy\hat{\phi} - \rho^2\hat{z}| =$

d) Especifique las coordenadas del punto C en esféricas:

4) Exprese los siguientes vectores en cilíndricas (es decir, en función de los vectores $\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z}$): (0.6 pts.)

a) Para el punto dado en coordenadas cartesianas $x = 1, y = 1, z = -1$: $\hat{y} =$

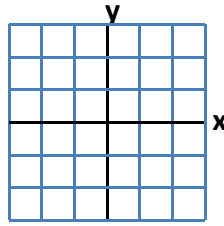
b) Para el punto dado en coordenadas cilíndricas $\rho = \sqrt{3}, \varphi = \frac{\pi}{8}, z = 0$: $\hat{\theta} =$

c) Para el punto dado en coordenadas esféricas $r = 1, \theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = \frac{3\pi}{2}$: $2\hat{x} =$

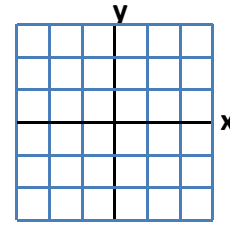
ESCRIBA EL RESULTADO NUMÉRICO DE TODOS LOS APARTADOS DE ESTA HOJA EN ESTA MISMA HOJA EN LOS ESPACIOS INDICADOS

5) Represente los siguientes campos vectoriales: (0.8 pts.)

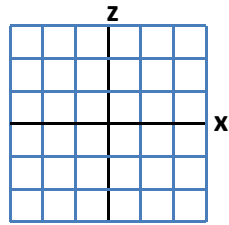
a) $\vec{H} = r \sin \theta \cos \varphi \hat{y}$
 en el punto
 $(\rho = 1, \varphi = -\pi,$
 $z = 0)$



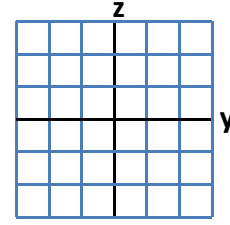
b) $\vec{H} = \rho(\hat{r} - \hat{\varphi})$
 en el punto
 $(r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{2},$
 $\varphi = \frac{3\pi}{4})$



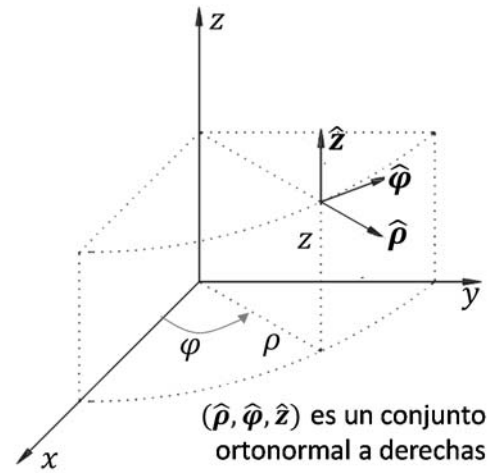
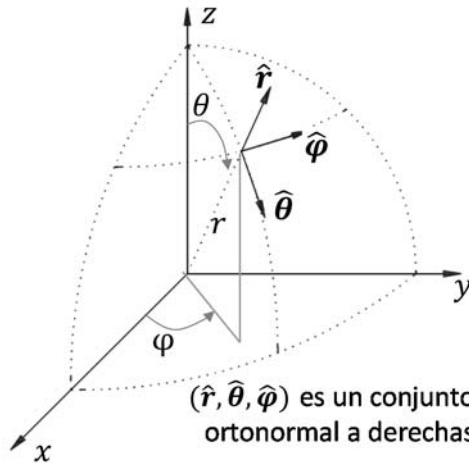
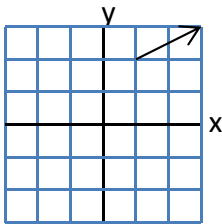
c) $\vec{E} = \hat{\rho} - x\rho^2\hat{z}$
 en el punto
 $x = 1, y = 0, z = 2$



d) $\vec{E} = 2\hat{\theta} + \hat{y}$
 en el punto
 $(r = 2, \theta = \frac{\pi}{2},$
 $\varphi = \frac{3\pi}{2})$



Ejemplo: Represente el campo $\vec{H} = 2x\hat{x} + \hat{y}$ en el punto $x = 1, y = 2$



6) Calcule las siguientes expresiones. (0.4 pts.)

$$\vec{E} = 3xy\hat{x} + 8z^2y\hat{y} - 4yx\hat{z}$$

a) $\nabla \cdot \vec{E} =$

b) $\nabla \times (\nabla \vec{E}) =$

7) Evalúe las siguientes expresiones, dejando los resultados en función de los datos del problema en la expresión más compacta que pueda (1 pto.)

a) Sea $z = je^{j\phi}$, con ϕ real:

$\Re\{1 + z\} =$

$|1 + z| =$

b) Sea $z_1 = a + jb$, $z_2 = jc$,
 con a, b, c reales y $w = z_1/z_2$:

$\Re\{w\} =$

$\Im\{w\} =$

c) Sea $z = e^{2-j3\pi}$, con n entero:

$z^{2n} =$

ESCRIBA EL RESULTADO NUMÉRICO DE TODOS LOS APARTADOS DE ESTA HOJA EN ESTA MISMA HOJA EN LOS ESPACIOS INDICADOS

- 9) Escriba explícitamente (sin usar símbolos de operaciones, dejando claro los límites y variables en las expresiones, e indicando todas las unidades de las cantidades vectoriales o escalares que aparezcan en cada ecuación): **(0.5 pts.)**
- la relación constitutiva de un medio lineal, isótropo, homogéneo y con dispersión temporal para el campo eléctrico
 - la relación constitutiva de un medio lineal, isótropo, inhomogéneo y sin disp. temporal para el campo magnético

Nota: escriba única y explícitamente las dependencias (espacial y/o temporal) que procedan de acuerdo a la descripción del material. Si no se hace así, se considerará que el ejercicio no está bien.

- 10) Sea la siguiente función de un potencial electrostático para cualquier punto del espacio: **(1.0 pto.)**

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi(x, y, z) = x + 2y - 3z \quad [\text{V}]$$

- Compruebe que cumple la ecuación de Laplace en todos los puntos del espacio
- Calcule a partir de la misma la intensidad de campo eléctrico para cualquier punto del espacio
- Calcule, de manera razonada, el trabajo realizado por el campo para llevar una carga de valor q desde el punto en cartesianas $P_1 \equiv (3, 0, -1)$ al punto $P_2 \equiv (2, 1, 0)$

Nota: en los apartados b) y c), no olvide indicar las unidades del resultado

APELLIDOS:

CALIFICACIÓN:

NOMBRE:

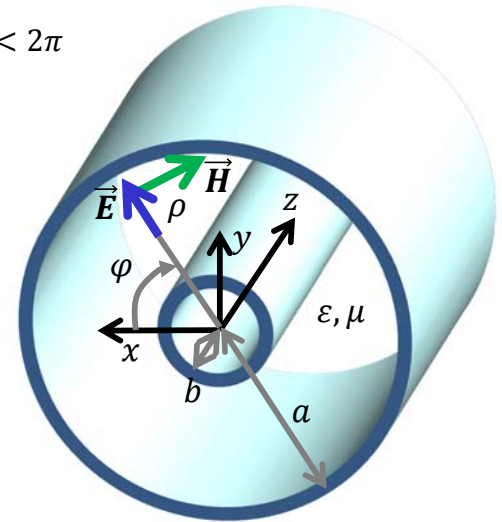
DNI:

2ª parte: se puede consultar libros, apuntes y calculadoras, pero no el ordenador o móviles (30'): 2.5 pts.

11) El campo electromagnético en el coaxial de la figura (dos cilindros infinitos de conductor perfecto concéntricos de radio b para el cilindro interior y a para el exterior:

$$\vec{E} = E_0 \frac{1}{\rho} \hat{\rho} \quad [\text{V/m}] \quad \vec{H} = H_0 \frac{1}{\rho} \hat{\phi} \quad [\text{A/m}] \quad b \leq \rho \leq a, \quad 0 \leq \phi < 2\pi$$

a) Particularice las condiciones de salto de frontera para el vector intensidad de campo eléctrico en $\rho = a$ y $\rho = b$ (0.5 pts)



b) Particularice las condiciones de contorno para el vector inducción eléctrica y calcule la densidad superficial de carga en $\rho = a$ y $\rho = b$ (0.5 pts)

c) Calcule la carga total presente en las superficie definidas por $\rho = a, 0 \leq z \leq d$ y por $\rho = b, 0 \leq z \leq d$ (0.5 pts)

ESCRIBA DESARROLLO Y RESULTADO DE TODOS LOS APARTADOS DE ESTA HOJA EN ESTA MISMA HOJA EN LOS ESPACIOS INDICADOS

d) Compruebe que se cumple la Ley de Gauss en forma integral calculando el flujo del vector de la inducción del campo eléctrico a través de toda la superficie S que contiene al cilindro de longitud d y radio R_0 (incluyendo las “tapas” del cilindro) para dos casos: con $b < R_0 < a$ y con $R_0 > a$ (1.0 pto.)

ESCRIBA DESARROLLO Y RESULTADO DE TODOS LOS APARTADOS DE ESTA HOJA EN ESTA MISMA HOJA EN LOS ESPACIOS INDICADOS