

Problemas cortos

1. La velocidad de crecimiento de las caras de un cristal depende de la densidad superficial de átomos sobre esa cara, que es función de la orientación de la cara. Calcular el número de átomos por m^2 (densidad atómica superficial) en las caras (120) de la estructura del NaCl. Radios iónicos: $r_{\text{Na}} = 0.102 \cdot 10^{-9} \text{ m}$,

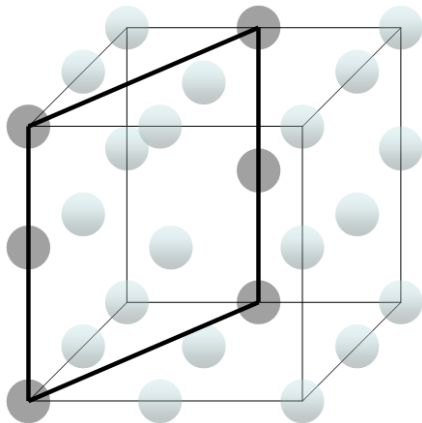
$r_{\text{Cl}} = 0.181 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Masas atómicas: $Mw_{\text{Na}} = 22.99 \text{ uma}$, $Mw_{\text{Cl}} = 35.45 \text{ uma}$.

- $1.25 \times 10^{19} \text{ átomos/m}^2$
- $2.792 \times 10^{18} \text{ átomos/m}^2$
- $5.58 \cdot 10^{18} \text{ átomos/m}^2$
- $1.117 \times 10^{19} \text{ átomos/m}^2$
- $2.234 \times 10^{19} \text{ átomos/m}^2$
- ninguna de las anteriores; valor correcto:



Sol: en la celda unidad del cloruro sódico (p. 327) los planos (120) contienen $4 \cdot \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$ átomos

y el área es $\text{Area} = [(2 \cdot r_{\text{Na}} + 2 \cdot r_{\text{Cl}})^2] \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$ (ver figura). Por tanto:



$$N_{\text{atomos}} = 2$$

$$\rho_{\text{sup}} = \frac{N_{\text{atomos}}}{\text{Area}}$$

$$\rho_{\text{sup}} = 5.58 \times 10^{18} \text{ átomos/m}^2$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

gradiente de velocidad simetrizado $\gamma_{\text{mod}} \equiv \left| \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \right|$ en s^{-1} . En una operación de conformado, esta suspensión fluye a través de un conducto en el que el campo de velocidad está dado por:

$$v_1(x_1, x_2, x_3) = -\varepsilon \cdot x_1 \quad \text{con} \quad \varepsilon = 9.6 \quad \text{s}^{-1}$$

$$v_2(x_1, x_2, x_3) = 0$$

$$v_3(x_1, x_2, x_3) = \varepsilon \cdot x_3$$

(flujo elongacional plano). Calcular la viscosidad de la barbotina cuando circula por el conducto.

- 33 Pa.s
- 124 Pa.s
- 0.89 Pa.s
- 20.2 Pa.s
- 576 Pa.s
- ninguna de las anteriores; valor correcto:



Sol: (ver examen de febrero 2004 y TC_01_01.pdf)

$$\nabla \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad \gamma = \nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T \quad \gamma = \begin{pmatrix} -19.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.2 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{\text{mod}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 (\gamma_{i,j})^2 \right]} \quad \gamma_{\text{mod}} = 19.2$$

Y por tanto la viscosidad de la barbotina es:

$$\eta(\gamma_{\text{mod}}) = 124 \quad \text{Pa.s}$$



3. Un material compuesto conductor está formado por láminas alternadas de tres materiales diferentes, cada uno de ellos homogéneo e isótropo. Los espesores de las láminas son L_1 , L_2 y L_3 , las densidades másicas son ρ_{m1} , ρ_{m2} y ρ_{m3} y las conductividades eléctricas son σ_1 , σ_2 y σ_3 respectivamente. Deducir la expresión que da la resistividad eléctrica del material compuesto ρ_c cuando se establece una corriente eléctrica perpendicular a las láminas.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

- $\rho_c = X_1 \rho m_1 \sigma_1 + X_2 \rho m_2 \sigma_2 + X_3 \rho m_3 \sigma_3$; $X_i \equiv L_i / \sum_{i=1}^3 L_i$
- $\rho_c = \frac{X_1}{\sigma_1} + \frac{X_2}{\sigma_2} + \frac{X_3}{\sigma_3}$; $X_i \equiv L_i / \sum_{i=1}^3 L_i$
- $\frac{1}{\rho_c} = X_1 \sigma_1 + X_2 \sigma_2 + X_3 \sigma_3$; $X_i \equiv L_i / \sum_{i=1}^3 L_i$
- ninguna de las anteriores; respuesta correcta:



Sol.: en condiciones de isoflujo (eléctrico), la densidad de corriente que atraviesa las láminas es igual para todas ellas e igual a la que atraviesa el compuesto. Aplicando la ley de Ohm macroscópica al compuesto y a cada lámina e igualando las densidades de corriente eléctrica:

$$J_c = \frac{\Delta V_c}{\rho_c (L_1 + L_2 + L_3)} = \frac{\Delta V_1}{L_1} \sigma_1 = \frac{\Delta V_2}{L_2} \sigma_2 = \frac{\Delta V_3}{L_3} \sigma_3$$

de donde: $\Delta V_1 = \frac{J_c L_1}{\sigma_1}$; $\Delta V_2 = \frac{J_c L_2}{\sigma_2}$; $\Delta V_3 = \frac{J_c L_3}{\sigma_3}$; $\Delta V_c = \rho_c J_c \sum_{i=1}^3 L_i$

La caída de potencial total a través del compuesto debe ser igual a la suma de las caídas de potencial a través de las tres láminas y por tanto:

$$\rho_c \sum_{i=1}^3 L_i = \frac{L_1}{\sigma_1} + \frac{L_2}{\sigma_2} + \frac{L_3}{\sigma_3} \Rightarrow \rho_c = \frac{X_1}{\sigma_1} + \frac{X_2}{\sigma_2} + \frac{X_3}{\sigma_3} \quad \text{donde} \quad X_i \equiv \frac{L_i}{\sum_{i=1}^3 L_i}$$

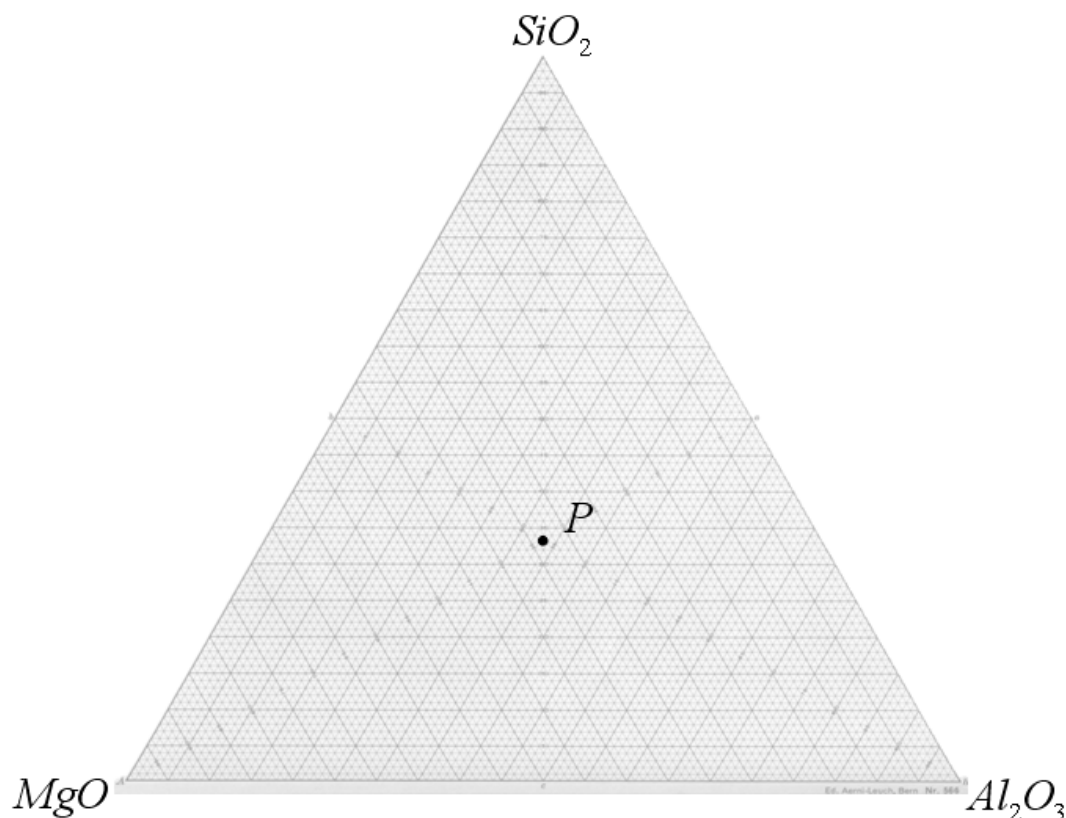
Un modo aún más directo es considerar que las resistencias de las tres láminas están en serie, y por tanto deben sumarse. Las resistencias son proporcionales a los espesores de cada lámina e inversamente proporcionalmente a las conductividades.



4. Calcular la composición en fracciones másicas (X_i) de Si, O, Mg y Al del punto P que se encuentra en el

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Sol.: las masas atómicas son:

$$M_{wSi} = 28.09 \quad M_{wO} = 16.00 \quad M_{wMg} = 24.31 \quad M_{wAl} = 26.98$$

La composición molar del punto en el centro del diagrama es de 1/3 para cada componente, es decir:

$$x_{SiO_2} = \frac{1}{3} \quad x_{Al_2O_3} = \frac{1}{3} \quad x_{MgO} = \frac{1}{3}$$

Tomando como base de cálculo 1 kmol de P, de cada elemento hay los siguientes kg

Silicio:	$m_{Si} = x_{SiO_2} \cdot 1 \cdot M_{wSi}$	$m_{Si} = 9.363$
Oxígeno	$m_O = x_{SiO_2} \cdot 2 \cdot M_{wO} + x_{Al_2O_3} \cdot 3 \cdot M_{wO} + x_{MgO} \cdot 1 \cdot M_{wO}$	$m_O = 32$
Magnesio	$m_{Mg} = x_{MgO} \cdot 1 \cdot M_{wMg}$	$m_{Mg} = 8.103$
Aluminio	$m_{Al} = x_{Al_2O_3} \cdot 2 \cdot M_{wAl}$	$m_{Al} = 17.987$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$X_{\text{Si}} = 0.139$$

$$X_{\text{O}} = 0.474$$

$$X_{\text{Mg}} = 0.12$$

$$X_{\text{Al}} = 0.267$$

$$X_{\text{Si}} + X_{\text{O}} + X_{\text{Mg}} + X_{\text{Al}} = 1$$



5. Determinar la clase cristalográfica para un listón de madera con sección transversal como la que se muestra en la figura:



- Monoclínico $2 / m$.
- Ortorrómbico $m m 2$.
- Ortorrómbico $m m m$.
- Hexagonal $6 / m$.
- Hexagonal $6 / m m m$.
- Ninguna de las respuestas anteriores. Respuesta correcta:



Sol.: Ortorrómbico $m m m$



6. Un material compuesto P está constituido por láminas alternadas de tres materiales distintos A, B, C; el grosor de las láminas de C es el doble de las de B. Si el módulo elástico del compuesto en la dirección paralela a las láminas es de $E_p = 701.9 \text{ GPa}$, calcular la proporción en masa de A con respecto a la de C

(kgA/kgC) en P. Densidades: $\rho_A = 1490 \text{ kg/m}^3$; $\rho_C = 3150 \text{ kg/m}^3$. Módulos elásticos: $E_A = 1050 \text{ GPa}$; $E_B = 453 \text{ GPa}$; $E_C = 387 \text{ GPa}$.

- 0.307
- 0.597
- 1.262
- 1.543
- 3.262

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Como las láminas tienen la misma sección, y el grosor de las láminas de C es el doble de las de B, también la fracción volumétrica de C será el doble de la de B. Y como la suma de las fracciones volumétricas es uno:

$$V_C = 2V_B \quad 1 = V_A + V_B + V_C = V_A + 3V_B$$

$$E_P = V_A E_A + V_B E_B + V_C E_C = (1 - 3V_B) E_A + V_B E_B + 2V_B E_C$$

De donde se puede despejar la fracción volumétrica en B:

$$V_B = \frac{E_P - E_A}{E_B + 2E_C - 3E_A} \quad V_B = \frac{E_P - E_A}{E_B + 2E_C - 3E_A} \quad V_B = 0.181$$

Y las fracciones de A y C serán:

$$V_A = 1 - 3V_B \quad V_C = 2V_B \quad V_A = 0.457 \quad V_C = 0.362$$

Luego la relación entre las masas de A y C será:

$$\frac{\rho_A \cdot V_A}{\rho_C \cdot V_C} = 0.597$$



7. Un determinado material con propiedades piezoeléctricas y piroeléctricas, y cuya simetría pertenece al sistema tetragonal, presenta, entre otros, los siguientes módulos piezoeléctricos: $d_{311} = 3.5$, $d_{113} = 6.1$ ¿Cuánto valdrá el módulo d_{223} ?

- -6.1
- -3.5
- 0.0
- 3.5
- 6.1
- Ninguna de las respuestas anteriores. Respuesta correcta:



Sol.: Como es un material piroeléctrico, tiene que pertenecer a una clase polar, bien la 4 o la 4mm. En notación de Voigt, conocemos los módulos d_{31} y d_{15} , y nos piden el módulo d_{24} . Para ambas clases, se cumple que $d_{24} = d_{15}$, luego $d_{223} = d_{113} = 6.1$



8. El nylon 6 puede presentar dos formas cristalinas, conocidas como formas α y γ , en las cuales el eje cristalográfico c está alineado en la dirección de las cadenas y es perpendicular a los ejes a y b. Para la forma α , el parámetro c mide 17.24 Å, que corresponde a dos unidades químicas repetitivas en una

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

- 1.069
- Ninguna de las respuestas anteriores. Respuesta correcta:



Sol: Si la celdilla de la forma α contiene el doble de cadenas (el doble de masa) que la celdilla de la forma γ , la relación de densidades será igual a la inversa de la relación de volúmenes, donde se considere una celda doble para la forma γ :

$$\frac{\rho_{\alpha}}{\rho_{\gamma}} = \frac{2V_{\gamma}}{V_{\alpha}} = \frac{2A_{ab}^{(\gamma)}c^{(\gamma)}}{A_{ab}^{(\alpha)}c^{(\alpha)}}$$

Si el parámetro c corresponde a dos unidades químicas repetitivas, que contienen dos grupos amida, el acortamiento del parámetro c para la forma γ será:

$$c^{(\gamma)} = c^{(\alpha)} - 2 \cdot 0.18 = 17.24 - 0.36 = 16.88$$

Sustituyendo, se tiene:

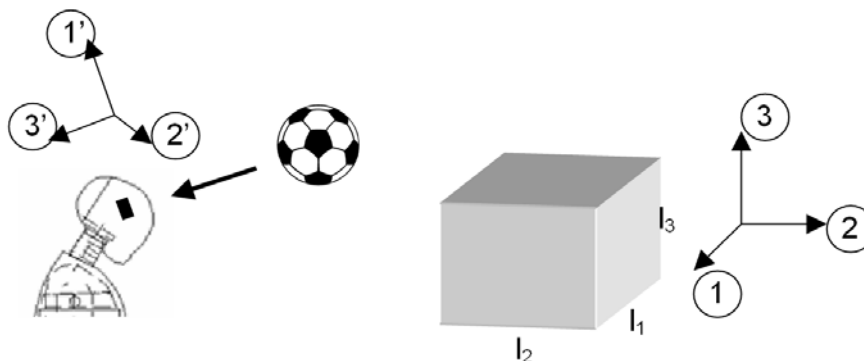
$$\frac{\rho_{\alpha}}{\rho_{\gamma}} = \frac{2V_{\gamma}}{V_{\alpha}} = \frac{2A_{ab}^{(\gamma)}c^{(\gamma)}}{A_{ab}^{(\alpha)}c^{(\alpha)}} = \frac{2 \cdot 16.88 \cdot 38.23}{17.24 \cdot 70.75} = 1.058$$

$$\frac{\rho_{\alpha}}{\rho_{\gamma}} = 1.058$$



Problema 1

Se desea estudiar si los jugadores de fútbol pueden sufrir lesiones a largo plazo como consecuencia de cabecear el balón. Para ello, se realizan ensayos haciendo impactar un balón de reglamento sobre un "dummy", tal y como se representa en el esquema:



La cabeza del "dummy" contiene un acelerómetro constituido por un paralelepípedo de material piezoeléctrico (ZnO) colocado de manera que el eje 3 (en la orientación convencional) coincide con la dirección 3' en la cual tiene lugar el impacto.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

tiempo_i=□Polarización_i=□

0
$2 \cdot 10^{-3}$
$4 \cdot 10^{-3}$
$6 \cdot 10^{-3}$
$8 \cdot 10^{-3}$
$10 \cdot 10^{-3}$

0
$4.43 \cdot 10^{-7}$
$3.65 \cdot 10^{-8}$
$6.89 \cdot 10^{-10}$
$9.86 \cdot 10^{-8}$
$7.45 \cdot 10^{-8}$

3. Un factor que se usa en la práctica para estimar la probabilidad de que se produzca una lesión es el HIC (Head Injury Criteria), que se define como:

$$HIC = (t_1 - t_0) \cdot \left[\frac{1}{9.8 \cdot (t_1 - t_0)} \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt \right]^{2.5}$$

donde $a(t)$ es la aceleración en cada instante t (en ms^{-2}), y t_0 y t_1 son los tiempos inicial y final en segundos. Calcular el factor HIC para el ensayo del apartado anterior (40% de la nota de este problema).

Datos: Estructura del ZnO: Hexagonal, clase 6mm. Densidad del ZnO: $\rho_{\text{ZnO}} = 5605 \text{ kg/m}^3$.

Dimensiones del piezoelectrico: $l_1 = 0.003 \text{ m}$; $l_2 = 0.005 \text{ m}$; $l_3 = 0.002 \text{ m}$; módulos piezoelectricos

del ZnO: $d_{31} = -5.12 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$, $d_{33} = 12.3 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$; $d_{15} = -8.3 \cdot 10^{-12} \text{ C/N}$.



Sol.: La resolución de este problema es análoga a la del 08_06_02.

1) Como la aceleración únicamente tiene componente no nula en la dirección 3, a_3 , la única componente del tensor de esfuerzos a considerar es el elemento t_{33} o t_3 en notación de Voigt. Para la clase hexagonal 6mm, las correspondencias entre los módulos piezoelectricos son: $d_{31} = d_{32}$; d_{33} ; $d_{15} = d_{24}$. Aplicando la ecuación del efecto piezoelectrico y considerando que el tensor de esfuerzos sólo tiene componente no nula t_3 , se obtienen las siguientes componentes para el vector de polarización:

$$P_1 = 0 \quad P_2 = 0 \quad P_3 = d_{33} \tau_3$$

Y expresando el tensor de esfuerzos en función de la aceleración, se obtiene:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$a_3 = \frac{P_3}{d_{33} l_3 \rho}$$

lo que permite calcular las aceleraciones:

$$a_3 = \frac{\text{Polarización}}{d_{33} \cdot l_3 \cdot \rho_{\text{ZnO}}}$$

$$\text{acel} = a_3$$

$$\text{acel} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 3212.9 \\ 264.7 \\ 5.0 \\ 715.1 \\ 540.3 \end{pmatrix} \text{ m/s}^2$$

Puesto que la aceleración se conoce en forma tabular, en el cálculo del factor HIC se calcula la integral numéricamente, p.ej. con la fórmula del trapecio:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} a(t) dt \quad \Delta t = \text{tiempo}_2 - \text{tiempo}_1 \quad \Delta t = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \left[\text{acel}_1 + 2 \left(\sum_{i=2}^5 \text{acel}_i \right) + \text{acel}_6 \right] \quad I = 8.94$$

Sustituyendo en la expresión dada en el enunciado, el valor para HIC que se obtiene es de:

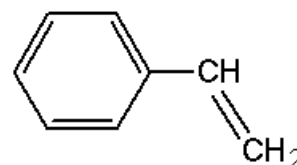
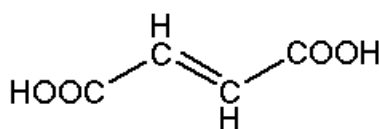
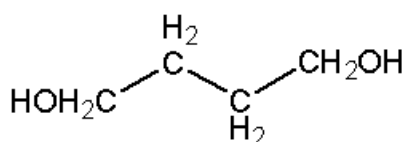
$$\text{HIC} = (10 \cdot 10^{-3} - 0) \cdot \left[\frac{1}{9.8 \cdot (10 \cdot 10^{-3} - 0)} \cdot I \right]^{2.5} \quad \text{HIC} = 794$$



Problema 2

Una vía de dos etapas para la fabricación de un poliéster reticulado se basa en llevar a cabo:

- en la primera etapa, la polimerización entre el butilenglicol (A) y el ácido fumárico (B) para dar un poliéster insaturado P1.
- en la segunda etapa, la reticulación del poliéster insaturado resultante P1 por medio de estireno (D) para dar el producto final P (poliéster reticulado).



Cartagena99

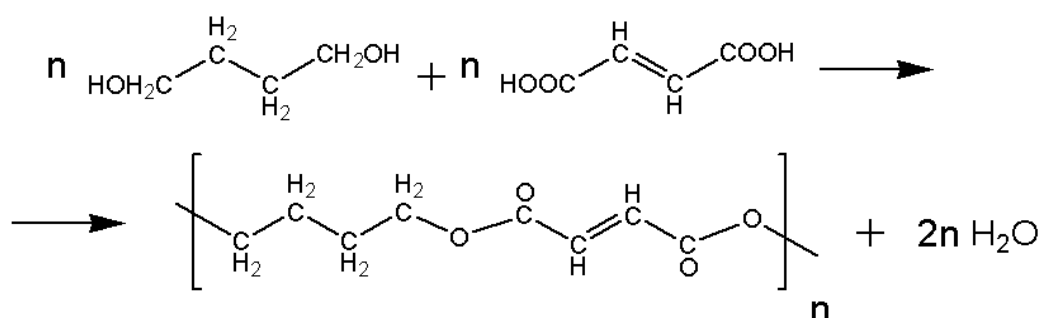
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

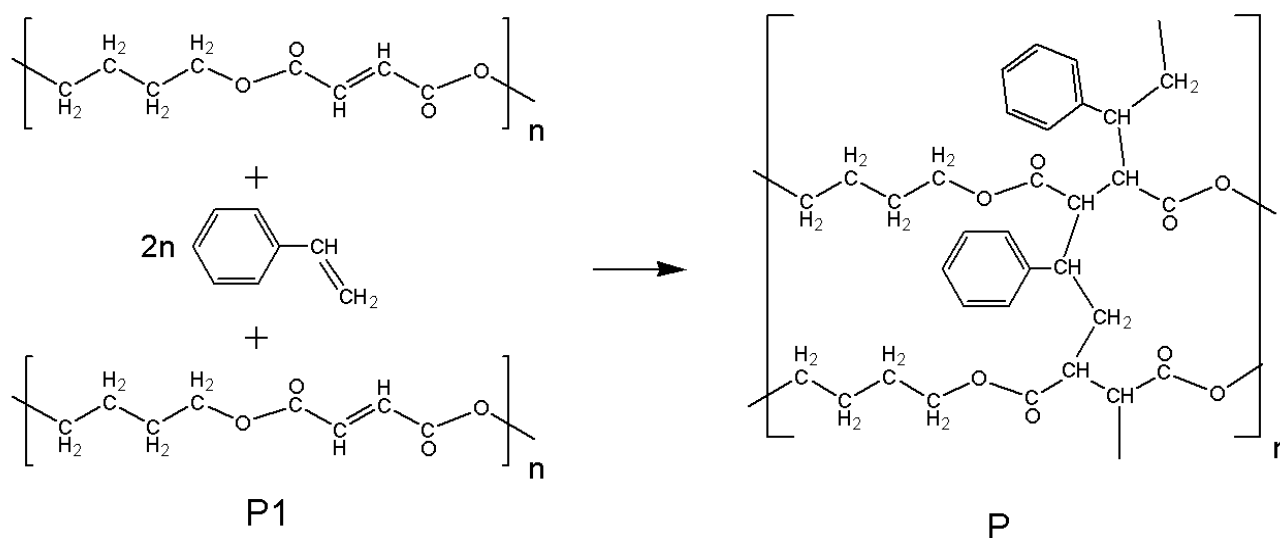
- todos los reactivos se consumen totalmente en las dos etapas (grado de conversión del 100% para todos los reactivos).
1. Escribir la fórmula química del poliéster insaturado P1 (10% de la nota de este problema).
 2. Escribir la fórmula química del poliéster reticulado P (10% de la nota de este problema).
 3. Determinar las cantidades (en kg) de A, B y D que se requieren para obtener $m_{\text{tot}} = 1 \text{ kg}$ de poliéster reticulado P (40% de la nota de este problema).
 4. Determinar las cantidades (en kg) de subproductos de bajo peso molecular que se produzcan en la polimerización (1ª etapa), o en la reticulación (2ª etapa) o en ambas, referidas igualmente a 1 kg de poliéster reticulado P (40% de la nota de este problema).



Sol.: la reacción de la primera etapa para dar P1 es (pág. 210):



y la reticulación con estireno para dar P es (pág. 210):



Las masas moleculares de las especies atómicas, de los reactivos y de la unidad estructural repetitiva (UER) de P son:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = M_{\text{O}} + 2M_{\text{H}}$$

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \quad \text{kg/kmol}$$

Por tanto, $m_{\text{P}} = 1 \text{ kg de P}$ contiene $N_{\text{UER}} = \frac{m_{\text{P}}}{M_{\text{WUER}}}$, $N_{\text{UER}} = 1.824 \times 10^{-3} \text{ kmol de UER}$. Para

sintetizar esta cantidad de P y a la vista de la estequiometría de las reacciones de síntesis, serán por tanto necesarias las siguientes cantidades (en kg) de reactivos:

$$m_{\text{A}} = 2N_{\text{UER}} \cdot M_{\text{WA}}$$

$$m_{\text{A}} = 0.328 \quad \text{kg}$$

$$m_{\text{B}} = 2N_{\text{UER}} \cdot M_{\text{WB}}$$

$$m_{\text{B}} = 0.423 \quad \text{kg}$$

$$m_{\text{D}} = 2N_{\text{UER}} \cdot M_{\text{WD}}$$

$$m_{\text{D}} = 0.38 \quad \text{kg}$$

y se producen $m_{\text{H}_2\text{O}} = 4N_{\text{UER}} \cdot M_{\text{H}_2\text{O}}$, es decir $m_{\text{H}_2\text{O}} = 0.131 \text{ kg}$ de agua como subproducto de la policondensación (1ª etapa). Como comprobación, el balance total de masas es:

$$\text{Reactivos:} \quad m_{\text{A}} + m_{\text{B}} + m_{\text{D}} = 1.1313 \text{ kg}$$

$$\text{Productos} \quad m_{\text{P}} + m_{\text{H}_2\text{O}} = 1.1313 \text{ kg}$$

También es posible trabajar con una UER que es la mitad de la unidad estructural del polímero reticulado de la figura anterior, lo que equivale a dividir todos los coeficientes estequiométricos entre 2, y conduce a los mismo resultados.

Sin embargo, la estructura que aparece en la parte inferior derecha de la pág. 210 no es la UER ni un múltiplo de la misma (p or eso no aparece entre corchetes) y es incorrecto usarla como UER y como base de cálculo. Es solamente un fragmento del retículo polimérico que ilustra cómo se reticulan (entrelazan covalentemente) las cadenas lineales.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is slightly larger and more prominent. The text is set against a light blue background that resembles a stylized map of the city of Cartagena, with orange and yellow accents at the bottom.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**