

EXAMEN TDS - FEB 2011

PROBLEMA 2

El sistema tiene dos ceros en $\pm j \frac{1}{2}$ y un polo en -1 .
 Además el sistema podría tener polos o ceros en ∞
 Con estos datos la expresión algebraica de $H(z)$ puede ser

$$H(z) = k \cdot \frac{(z - \frac{1}{2}j)(z + \frac{1}{2}j)}{(z - 1)} \cdot z^r$$

Factor de ganancia no determinado por polos y ceros
Ceros y polos finitos
Possible polos o ceros en ∞

Se sabe además que $\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{H(z)}{z} = 2$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{H(z)}{z} = \lim_{z \rightarrow \infty} k \cdot \frac{(z - \frac{1}{2}j)(z + \frac{1}{2}j)}{(z - 1) \cdot z} \cdot z^r =$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$z \rightarrow \infty$ z



EXAMEN TDS - FEB 2011

$$\begin{aligned}
 H(z) &= 2 \cdot \frac{(z - \frac{1}{2}j)(z + \frac{1}{2}j)}{z-1} = \\
 &= 2 \frac{(1 - \frac{1}{2}jz^{-1})(1 + \frac{1}{2}jz^{-1})}{(1 - z^{-1})z^{-1}} = \\
 &= 2 \frac{1 + \frac{1}{4}z^{-2}}{z^{-1} - z^{-2}}
 \end{aligned}$$

No falta encontrar la ROC asociada al sistema.
 Para ello calculamos los transformados inversos asociados a los dos posibles ROCs:

Posibles ROC: $|z| < 1$, $1 < |z| < \infty$

NOTA: En ∞ hay un polo ya que $z \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
 \lim_{z \rightarrow \infty} H(z) &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2(z - \frac{1}{2}j)(z + \frac{1}{2}j)}{z-1} = \\
 &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{2z^2}{z} = \lim_{z \rightarrow \infty} 2z = \infty
 \end{aligned}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Calculamos la respuesta al impulso asociada a cada ROC:

$1 < |z| < \infty$:

$$H(z) = \frac{2 + \frac{1}{2}z^{-2}}{z^{-1}(1-z^{-1})} = \frac{2z}{1-z^{-1}} + \frac{\frac{1}{2}z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

$$h_1[n] = 2u[n+1] + \frac{1}{2}u[n-1]$$

Comprobamos si se cumple $h_1[0] = 2$:

$$h_1[0] = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 0 = 2$$

Se cumple así que este sistema es válido con las condiciones dadas y podría ser la ROC $1 < |z| < \infty$

Veamos si ocurre lo mismo con la otra ROC:

$|z| < 1$:

$$\begin{aligned} h_2[n] &= -2 \cdot u[-(n+1)-1] - \frac{1}{2}u[-(n-1)-1] = \\ &= -2 \cdot u[-n-2] - \frac{1}{2}u[-n] \end{aligned}$$

Comprobamos si se cumple $h_2[0] = 2$:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$1 < |z| < \infty$

b) Ya hemos obtenido $h[n]$ en el apartado anterior:

$$h[n] = h_1[n] = 2u[n+1] + \frac{1}{2}u[n-1]$$

La ecuación en diferencias la obtenemos a partir de $H(z)$.

$$H(z) = \frac{2 + \frac{1}{2}z^{-2}}{z^{-1} - z^{-2}} = \frac{2z + \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$y[n] - y[n-1] = 2x[n+1] + \frac{1}{2}x[n-1]$$

c) El sistema no es estable por tener un polo en la circunferencia unidad.

El sistema no es causal porque a pesar de tener ROC con forma de plano menos círculo tiene un polo en ∞ . También se puede apreciar en la ecuación en diferencias que la salida en n depende de entradas futuras ($x[n+1]$).

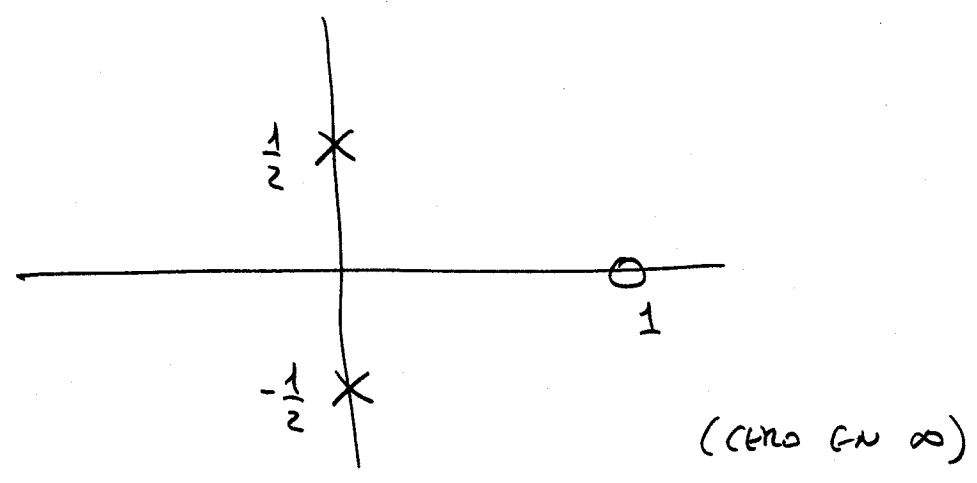
No es de fase mínima por tener un polo en la circunferencia unidad y no dentro

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

b) El diagrama de polos y ceros del sistema inverso es:



Los posibles ROC de este diagrama son:

$|z| < \frac{1}{2}$: No da lugar a un sistema inverso del anterior porque no tiene intersección con la ROC del sistema directo, así que no es una ROC válida del sistema inverso.

$|z| > \frac{1}{2}$: Tiene intersección no nula con la ROC del sistema directo y por tanto es una ROC válida del sistema inverso.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70