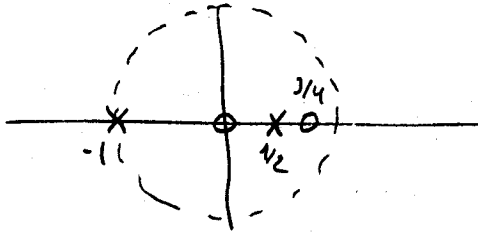


# EXAMEN TDS - SEPT '09 - PROBLEMAS

## PROBLEMA 3 (1)

a) El diagrama de polos y ceros que nos dan



admite 3 posibles ROC y por tanto 3 posibles SUI

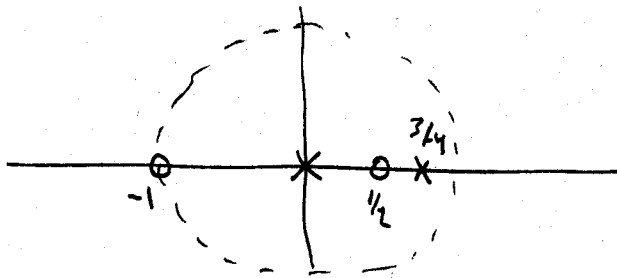
i)  $|z| < 1/2$

ii)  $1/2 < |z| < 1$

iii)  $|z| > 1$

El dato fundamental para determinar la ROC es que el sistema que estamos buscando admite dos sistemas inversos, uno estable y otro unilateral hacia la izquierda.

El diagrama de polos y ceros de cualquier sistema inverso de los sistemas i), ii) o iii) será:



Con este diagrama de polos y ceros hay 2 posibles ROC

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

sistema b es estable. El dato que nos da el enunciado

### PROBLEMA 3 (2)

es que los dos sistemas, a) y b) son inversos del sistema que buscamos, para lo cual las ROC de a) y b) deben tener intersección no nula con el sistema que buscamos.

El sistema ii) es el único que cumple esta condición, por tanto la ROC del sistema que buscamos es

$$\text{ROC: } \frac{1}{2} < |z| < 1$$

El sistema NO ES ESTABLE porque la ROC no incluye a la circunferencia unidad

El sistema NO ES CAUSAL porque la ROC tiene forma de anillo circular y por tanto se corresponde con una  $h[n]$  bilateral que nunca puede ser causal.

b) El diagrama de polos y ceros y la ROC nos definen la función de transferencia de forma completa salvo una constante multiplicativa que llamaremos  $k$ . Así

$$H(z) = k \cdot \frac{z \left(z - \frac{3}{4}\right)}{\left(z - \frac{1}{2}\right) (z + 1)}, \quad \frac{1}{2} < |z| < 1$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

resolveremos el apartado c).

### PROBLEMA 3 (3)

Buscamos  $H(z)$  a potencias de  $z$  negativas:

$$H(z) = k \cdot \frac{1 - \frac{3}{4}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + z^{-1}\right)}, \quad \frac{1}{2} < |z| < 1$$

Descomponemos en fracciones simples:

$$H(z) = k \cdot \left( \frac{A}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{B}{1 + z^{-1}} \right), \quad \frac{1}{2} < |z| < 1$$

$$A = \left. \frac{1 - \frac{3}{4}z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right|_{z = \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{3}{4} \cdot 2}{1 + 2} = \frac{1 - \frac{3}{2}}{3} = \frac{-\frac{1}{2}}{3} = -\frac{1}{6}$$

$$B = \left. \frac{1 - \frac{3}{4}z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \right|_{z = -1} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{6}$$

$$H(z) = k \left( \frac{-\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \right) + k \left( \frac{\frac{7}{6}}{1 + z^{-1}} \right), \quad \frac{1}{2} < |z| < 1$$

Calculamos la transformada  $z$  inversa teniendo en cuenta la ROC

$$h[n] = -\frac{1}{6}k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{7}{6}k \cdot (-1)^n u[-n-1]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### PROBLEMA 3 (4)

Una vez obtenida  $k$  la respuesta a los apartados b y c es inmediata:

b) Función de transferencia:

$$H(z) = -6 \frac{1 - \frac{3}{4}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + z^{-1}\right)}, \quad \frac{1}{2} < |z| < 1$$

c) Respuesta al impulso del sistema

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 7(-1)^n u[-n-1]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70