

Cálculo Numérico I

PRIMER EXAMEN PARCIAL
LUNES, 14 DE MARZO DE 2016
1º DE MAT (GRUPO 716); 2º DE D.GR. (GRUPO 220)

Hay que justificar todas las respuestas

Apellidos _____ Nombre _____ Grupo _____

1) (5 puntos) a) Sea C una constante real, $C \neq 1$ y sea $f(x) = \log(x) + C$. ¿Cuántas raíces reales tiene la ecuación $x = f(x)$? (La respuesta puede depender del valor de C .)

Sugerencia: Calcular el mínimo de la función $x - f(x)$.

b) Escribir la fórmula para calcular los iterantes $\{x_k\}$ del método de punto fijo para hallar las raíces de la ecuación $x = f(x)$.

c) Suponiendo que $\{x_k\}$ converge, ¿cuál será el orden de convergencia de esta sucesión? Dar la definición del orden de convergencia.

d) Determinar las raíces atractores y las raíces repulsos. ¿Cómo puede uno escoger el aproximante inicial x_0 para asegurar la convergencia a cada una de las raíces atractores?

e) Encontrar la manera de calcular las raíces repulsos de la ecuación $x = f(x)$, aplicando el método de punto fijo a una ecuación equivalente $x = g(x)$.

2) (5 puntos) Se considera la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & s & 0 \\ t & 1 & s \\ 0 & t & 1 \end{bmatrix},$$

donde s, t son parámetros reales.

a) Escribir las fórmulas de los métodos iterativos de Jacobi y de Gauss-Seidel para resolver un sistema lineal $Ax = b$ para el caso de $s = 3$, $t = 2$, donde b es un vector en \mathbb{R}^3 . Estudiar la convergencia de estos dos métodos para este caso.

b) ¿Para qué valores de los parámetros $s, t \in \mathbb{R}$ converge el método de Jacobi?

c) ¿Para qué valores de estos parámetros converge el método de Gauss-Seidel?

d) Demostrar que el método de Jacobi converge si y sólo si converge el método de Gauss-Seidel. ¿Cuál de estos dos métodos converge más rápido?