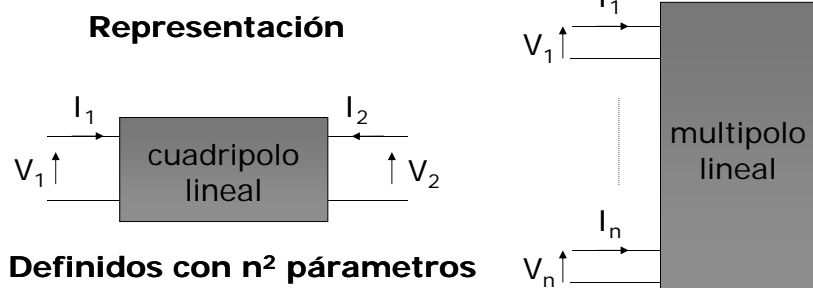


TEMA 2

PARÁMETROS S

PARÁMETROS S

- Cuadripolos



PARÁMETROS S

- Parámetros clásicos
 - Relacionan V,I entrada con V,I salida

Ej. Parámetros "z"

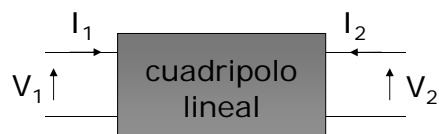
$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

Ej. Parámetros "h"

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$



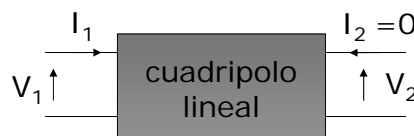
PARÁMETROS S

- Medida de parámetros clásicos

Ej. Medida de z_{11}

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$\left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = z_{11}$$

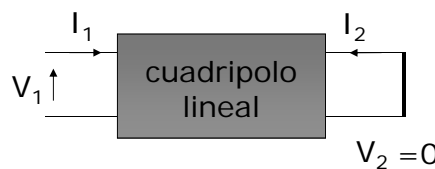


C. abierto

Ej. Medida de h_{21}

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$

$$\left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = h_{21}$$



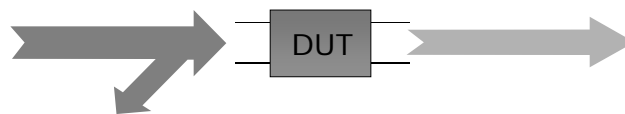
C. circuito

PARÁMETROS S

- Necesidad de parámetros “S”
Inconvenientes de “z”, “y”, “g” y “h” en A.F.
 - Dificultad para conseguir C.C. y C.A.
 - Dificultad para medir tensiones y corrientes
 - Los dispositivos activos pueden presentar inestabilidad con C.C. o C.A. o autodestruirse

PARÁMETROS S

- Magnitudes típicas en microondas



REFLEXIÓN

Coefficiente de reflexión
Pérdidas de retorno
R.O.E.

TRANSMISIÓN

Ganancia
Atenuación
P. Inserción

➔ Interesan parámetros que usen estas magnitudes

PARÁMETROS S

- Definición de ondas de potencia

Onda entrante al dispositivo $a_i(z_i, f) = \frac{V_i^+(z_i, f)}{\sqrt{\text{Re}(Z_i)}}$

Onda saliente del dispositivo $b_i(z_i, f) = \frac{V_i^-(z_i, f)}{\sqrt{\text{Re}(Z_i)}}$

➔ **Variables para definir "S"**

Dependen de

$z_i \rightarrow$ posición

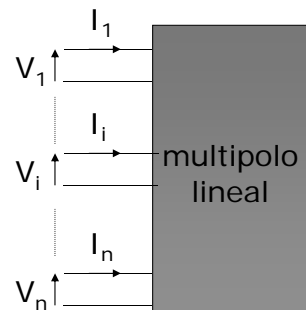
$f \rightarrow$ frecuencia

PARÁMETROS S

$$V_i = V_i^+ + V_i^- \quad I_i = \frac{1}{Z_i}(V_i^+ - V_i^-)$$

$$a_i = \frac{V_i^+}{\sqrt{\text{Re}(Z_i)}} \quad a_i = \frac{V_i + I_i Z_i}{2\sqrt{\text{Re}(Z_i)}}$$

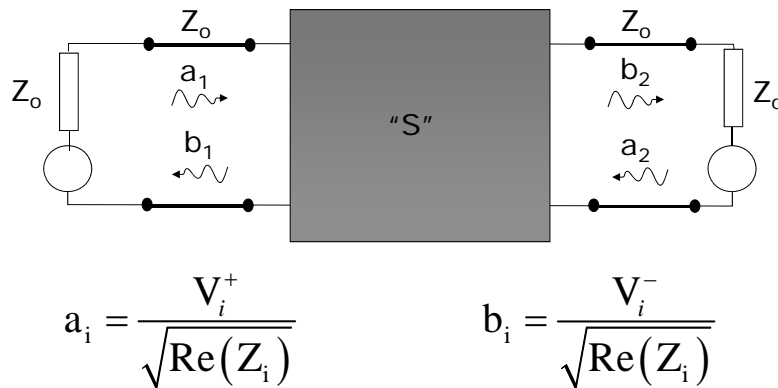
$$b_i = \frac{V_i^-}{\sqrt{\text{Re}(Z_i)}} \quad b_i = \frac{V_i - I_i Z_i^*}{2\sqrt{\text{Re}(Z_i)}}$$



Z_i Impedancia de referencia

PARÁMETROS S

En la práctica $Z_{01}=Z_{02}=\dots=Z_{0n}=Z_0=50\ \Omega$
 Los parámetros S dependen de la impedancia de referencia



PARÁMETROS S

- Ecuaciones lineales del cuadripolo
 - Variables independientes: a_i
 - Variables dependientes: b_i
 - Comportamiento definido por n^2 parámetros

Dos puertas:

$$b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2$$

$$b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2$$

¡¡ Es necesario conocer Z_{ref} !!

PARÁMETROS S

- Ecuaciones lineales de un multipolo
 - Redes de n puertas
 - Microondas: habitual 3 y 4 puertas

Para n puertas:

$$b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 + \dots + s_{1n}a_n$$

$$b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 + \dots + s_{2n}a_n$$

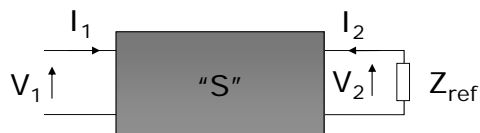
⋮

$$b_n = s_{n1}a_1 + s_{n2}a_2 + \dots + s_{nn}a_n$$

PARÁMETROS S

- Determinación de los parámetros
 - Para determinar s_{11} y s_{21} $a_2=0$
 - Para determinar s_{12} y s_{22} $a_1=0$

Ej. Cargando la puerta 2 con Z_{ref} :



$$b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2$$

$$b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2$$

PARÁMETROS S

- Significado de los parámetros

$$\left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = s_{11} \quad \text{Coeficiente de reflexión puerto 1 con } Z_2 = Z_{\text{ref}}$$

$$\left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} = s_{22} \quad \text{Coeficiente de reflexión puerto 2 con } Z_1 = Z_{\text{ref}}$$

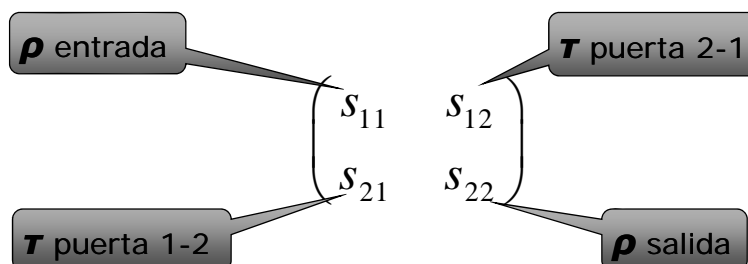
$$\left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = s_{12} \quad \text{Ganancia compleja (puerto 2 a 1) con } Z_1 = Z_{\text{ref}}$$

$$\left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = s_{21} \quad \text{Ganancia compleja (puerto 1 a 2) con } Z_2 = Z_{\text{ref}}$$

PARÁMETROS S

- Interpretación práctica

- Dispositivo caracterizado con “S” ($Z_{\text{ref}}=50 \Omega$)
- Conectado a sistema de 50Ω
- “S” describe directamente su comportamiento:



PARÁMETROS S

- Propiedades de la matrices Z e Y
 - Si la red no tiene pérdidas: $\text{Re}\{Z\} = 0$; $\text{Re}\{Y\} = 0$
 - Si la red es recíproca o simétrica: $Z = Z^T$; $Y = Y^T$
- Propiedades de la matriz de parámetros S
 - Si la red es pasiva: $|s_{ii}| \leq 1$, $|s_{ij}| \leq 1$
 - Si la red no tiene pérdidas: $S \cdot S^+ = I \Rightarrow S^+ \triangleq S^{*T} = S^{T*}$
 - Si la red tiene pérdidas: $I - S \cdot S^+$ es definida positiva
 - Si la red es recíproca o simétrica: $S = S^T$

PARÁMETROS S

- Cambios entre matrices

– Definiciones:

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad [Z_0] = \begin{bmatrix} Z_{01} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{02} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{0n} \end{bmatrix}$$

– Por tanto

$$[Z_0]^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{01}^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{02}^{-1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{0n}^{-1} \end{bmatrix} \quad [Z_0]^{-\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} Z_{01}^{-\frac{1}{2}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Z_{02}^{-\frac{1}{2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_{0n}^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

PARÁMETROS S

- Cambios entre matrices

– Entonces:

$$\begin{cases} V_i = V_i^+ + V_i^- \\ I_i = \frac{V_i^+ - V_i^-}{Z_{0i}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \{V^+\} = 0.5(\{V\} + [Z_0] \cdot \{I\}) \\ \{V^-\} = 0.5(\{V\} - [Z_0] \cdot \{I\}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \{a\} = 0.5[Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot (\{V\} + [Z_0] \cdot \{I\}) \\ \{b\} = 0.5[Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot (\{V\} - [Z_0] \cdot \{I\}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \{V\} = [Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot (\{a\} + \{b\}) \\ \{I\} = [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot (\{a\} - \{b\}) \end{cases}$$

PARÁMETROS S

- Cambios entre matrices

– De Z a S:

$$\{b\} = [S] \cdot \{a\} \Rightarrow$$

$$[Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot (\{V\} - [Z_0] \cdot \{I\}) = [S] \cdot [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot (\{V\} + [Z_0] \cdot \{I\}) \Rightarrow$$

$$[Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] - [Z_0]) \cdot \{I\} = [S] \cdot [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] + [Z_0]) \cdot \{I\} \Rightarrow$$

$$[Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] - [Z_0]) = [S] \cdot [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] + [Z_0]) \Rightarrow$$

$$[S] = [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] - [Z_0]) \cdot ([Z] + [Z_0])^{-1} \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}}$$

PARÁMETROS S

- Cambios entre matrices

- De S a Z:

$$\{V\} = [Z] \cdot \{I\} \Rightarrow$$

$$[Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([U] + [S]) \cdot \{a\} = [Z] \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([U] - [S]) \cdot \{a\}$$

$$[Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([U] + [S]) = [Z] \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([U] - [S])$$

$$Z = [Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([U] + [S]) \cdot ([U] - [S])^{-1} \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}}$$

PARÁMETROS S

- Cambios entre matrices

- De S a Y:

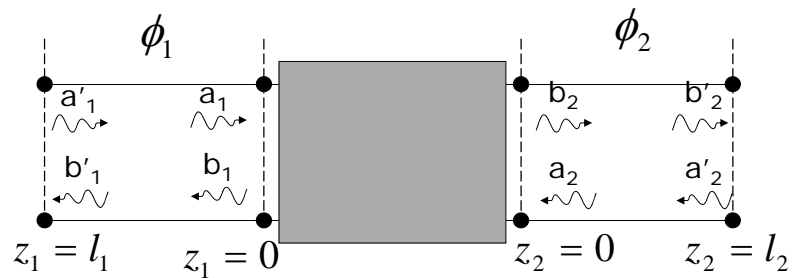
$$Y = [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([U] - [S]) \cdot ([U] + [S])^{-1} \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}}$$

- De Y a S

$$S = [Z_0]^{\frac{1}{2}} \cdot ([Z_0]^{-1} - [Y]) \cdot ([Z_0]^{-1} + [Y])^{-1} \cdot [Z_0]^{-\frac{1}{2}}$$

PARÁMETROS S

- Cambio del plano de referencia



$$a_1 = a'_1 e^{-j\phi_1}$$

$$b_1 = b'_1 e^{j\phi_1}$$

$$a_2 = a'_2 e^{-j\phi_2}$$

$$b_2 = b'_2 e^{j\phi_2}$$

PARÁMETROS S

$$a_i = a'_i e^{-j\phi_i} \Rightarrow \{a\} = [D] \cdot \{a'\}$$

$$b_i = b'_i e^{j\phi_i} \Rightarrow \{b\} = [D]^* \cdot \{b'\}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} e^{-j\phi_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j\phi_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-j\phi_n} \end{bmatrix}$$

$$\{b\} = [S] \cdot \{a\} \Rightarrow [D]^* \cdot \{b'\} = [S] \cdot [D] \cdot \{a'\} \Rightarrow$$

$$\{b'\} = [D] \cdot [S] \cdot [D] \cdot \{a'\} \Rightarrow [S'] = [D] \cdot [S] \cdot [D]$$

PARÁMETROS S

Cálculo del coeficiente de reflexión a la entrada

$$\rho_L = \frac{a_2}{b_2}$$

$$a_2 = \rho_L b_2$$

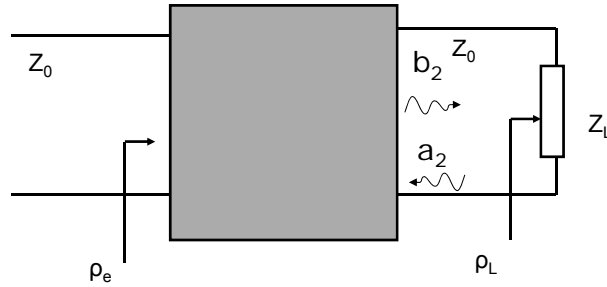
$$b_1 = s_{21} a_1 + s_{22} a_2$$

$$b_2 = s_{21} a_1 + s_{22} \rho_L b_2$$

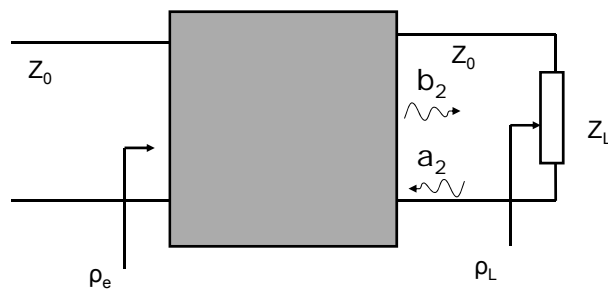
$$b_2 = \frac{s_{21} a_1}{1 - \rho_L s_{22}} \Rightarrow a_2 = \frac{s_{21} a_1 \rho_L}{1 - \rho_L s_{22}}$$

$$b_1 = s_{11} a_1 + s_{12} a_2$$

$$b_1 = s_{11} a_1 + \frac{s_{12} s_{21} \rho_L a_1}{1 - \rho_L s_{22}}$$



PARÁMETROS S

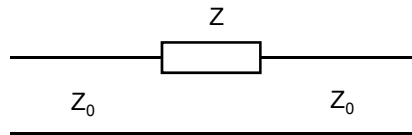


$$\frac{b_1}{a_1} = \rho_e = s_{11} + \frac{s_{12} s_{21} \rho_L}{1 - \rho_L s_{22}}$$

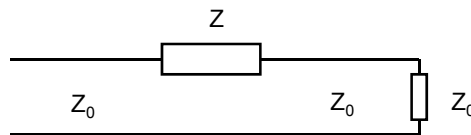
$$\frac{b_2}{a_2} = \rho_s = s_{22} + \frac{s_{12} s_{21} \rho_g}{1 - \rho_g s_{11}}$$

PARÁMETROS S

- Parámetros S de una impedancia serie

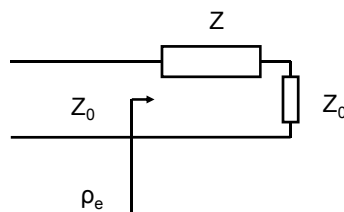


- Para calcular s_{11} y s_{21} , terminamos el puerto 2 con Z_0



PARÁMETROS S

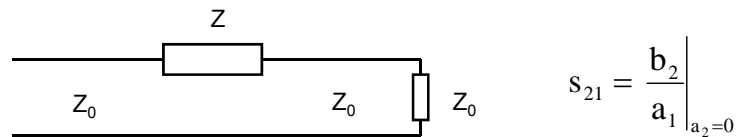
- Calculamos el coeficiente de reflexión en el puerto 1



$$s_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = \rho_e = \frac{Z + Z_0 - Z_0}{Z + Z_0 + Z_0} = \frac{Z}{Z + 2Z_0}$$

PARÁMETROS S

- Para calcular s_{21} , aplicamos que la corriente total en el puerto 1 es igual a la corriente total en el puerto 2



$$I_1^+ + I_1^- = I_2^+ + I_2^- \quad ; \quad \text{siendo} \quad I_2^+ = 0$$

$$\frac{V_1^+ - V_1^-}{Z_0} = \frac{V_2^-}{Z_0}$$

PARÁMETROS S

$$a_1 - b_1 = b_2 \quad \longrightarrow \quad 1 - \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_1} \quad \longrightarrow \quad 1 - s_{11} = s_{21}$$

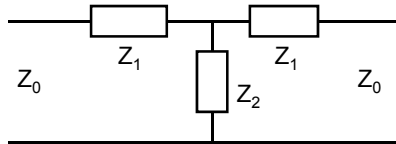
$$s_{21} = 1 - s_{11} = 1 - \frac{Z}{Z + 2Z_0} = \frac{2Z_0}{Z + 2Z_0}$$

$$s_{11} = s_{22} = \frac{Z}{Z + 2Z_0}$$

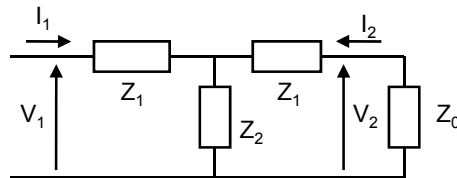
$$s_{21} = s_{12} = \frac{2Z_0}{Z + 2Z_0}$$

PARÁMETROS S

- Parámetros S de una impedancia serie

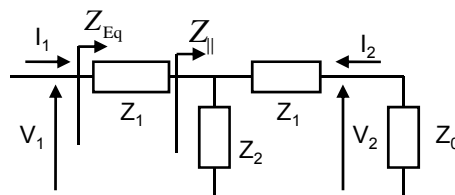


- Para calcular s_{11} y s_{21} , terminamos el puerto 2 con Z_0



PARÁMETROS S

- Definimos



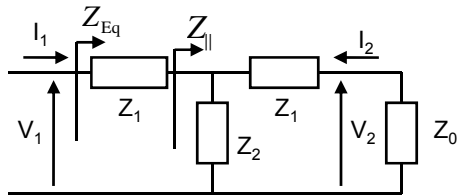
$$Z_{||} = Z_2 \parallel (Z_1 + Z_0) = \frac{Z_2(Z_1 + Z_0)}{Z_0 + Z_1 + Z_2}$$

$$Z_{\text{Eq}} = Z_{||} + Z_1 = \frac{Z_0 Z_1 + Z_0 Z_2 + 2Z_1 Z_2 + Z_0^2}{Z_0 + Z_1 + Z_2}$$

- Entonces

$$s_{11} = \frac{Z_{\text{Eq}} - Z_0}{Z_{\text{Eq}} + Z_0} = \frac{2Z_1 Z_2 + Z_1^2 - Z_0^2}{(Z_0 + Z_1)(Z_0 + Z_1 + 2Z_2)}$$

PARÁMETROS S

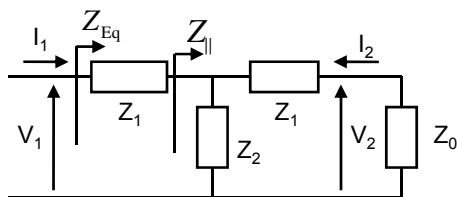


$$s_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} \Big|_{V_1^- = 0} = \frac{V_2}{0.5(V_1 + Z_0 I_1)}$$

$$I_1 Z_{\parallel} = -I_2 (Z_0 + Z_1) \quad V_2 = -I_2 Z_0 = \frac{Z_0 Z_{\parallel}}{(Z_0 + Z_1)} I_1 \quad V_1 = Z_{\text{Eq}} I_1$$

$$s_{21} = \frac{2 \frac{Z_0 Z_{\parallel}}{(Z_0 + Z_1)} I_1}{(Z_{\text{Eq}} + Z_0) I_1} = \frac{2 Z_0 Z_{\parallel}}{(Z_0 + Z_1)(Z_{\text{Eq}} + Z_0)} = \frac{2 Z_0 Z_2}{(Z_0 + Z_1)(Z_0 + Z_1 + 2 Z_2)}$$

PARÁMETROS S



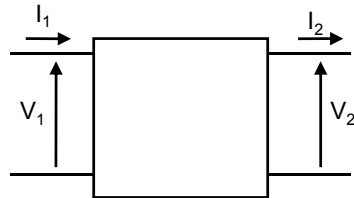
$$s_{21} = s_{21}; \quad s_{11} = s_{22}$$

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix}$$

$$[S] = [Z_0]^{-\frac{1}{2}} \cdot ([Z] - [Z_0]) \cdot ([Z] + [Z_0])^{-1} \cdot [Z_0]^{\frac{1}{2}}$$

PARÁMETROS S

- Parámetros ABCD



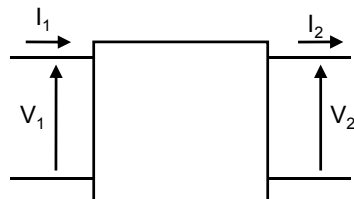
$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{Bmatrix}$$

- Parámetros ABCD de una línea de transmisión sin pérdidas

$$\begin{Bmatrix} V(z) \\ I(z) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta z) & jZ_0 \operatorname{sen}(\beta z) \\ \frac{j}{Z_0} \operatorname{sen}(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_L \\ I_L \end{Bmatrix}$$

PARÁMETROS S

- Parámetros ABCD



$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{Bmatrix}$$

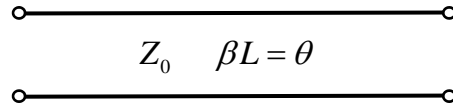
- Identificando

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta z) & jZ_0 \operatorname{sen}(\beta z) \\ \frac{j}{Z_0} \operatorname{sen}(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{Bmatrix}$$

PARÁMETROS S

- Parámetros S de una línea de transmisión sin pérdidas

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$



$$s_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} = 0 = s_{22} \quad s_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} = \frac{V_1^-}{V_2^+} = e^{-j\theta} = \frac{V_1}{V_2} = s_{21}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{bmatrix}$$