Dos dipolos elementales cruzados

Dos dipolos elementales de longitud l=0.1λ se sitúan en posiciones ortogonales como muestra la figura. Los dipolos se alimentan con corrientes desfasadas 90º entre si. Obtener para dicha antena

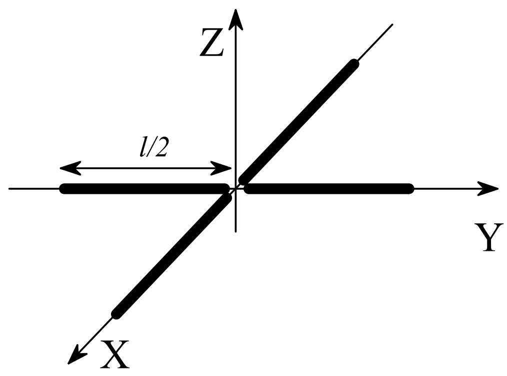
a) Los campos radiados en todo el espacio y el diagrama en los planos XY, YZ. Representar gráficamente los diagramas.

b) La polarización en las direcciones (θ = 90º, ϕ = 90º), (θ = 45º, ϕ = 0º), (θ = 0º)

c) La directividad

d) La resistencia de radiación de cada dipolo aislado

e) El campo transmitido a una distancia de 1 Km en la dirección del eje Y, cuando se alimentan los dos dipolos con corrientes de 1 A



Solución

Vector de radiación

El vector de radiación es la superposición de ambos dipolos

$$\vec{N} = I_x h\hat{x} + I_y h\hat{y} = Ih\left(\hat{x} + j\hat{y}\right)$$

En coordenadas esféricas es

$$N_\theta = \vec{N}\cdot\hat{\theta} = Ih\left(\hat{x} + j\hat{y}\right)\cdot\left(\cos\theta\cos\phi\hat{x} + \cos\theta\sin\phi\hat{y} - \sin\theta\hat{z}\right)$$
$$N_\phi = \vec{N}\cdot\hat{\phi} = Ih\left(\hat{x} + j\hat{y}\right)\cdot\left(-\sin\phi\hat{x} + \cos\phi\hat{y}\right)$$

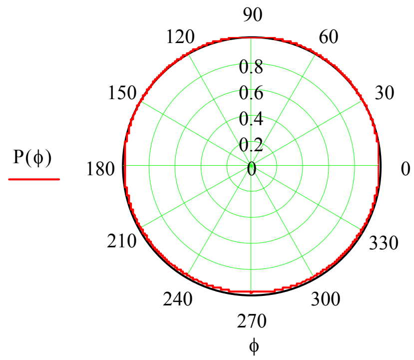
$$N_\theta = Ih\cos\theta\left(\cos\phi + j\sin\phi\right)$$
$$N_\phi = Ih\left(-\sin\phi + j\cos\phi\right)$$

Campos radiados

$$\vec{E} = -j\omega\left(A_\theta\hat{\theta} + A_\phi\hat{\phi}\right) = -j\omega\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}\left(N_\theta\hat{\theta} + N_\phi\hat{\phi}\right)$$
$$\vec{E} = -j\omega\frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r}Ih\left(\cos\phi + j\sin\phi\right)\left(\cos\theta\hat{\theta} + j\hat{\phi}\right)$$

Diagramas de radiación

PLANO XY

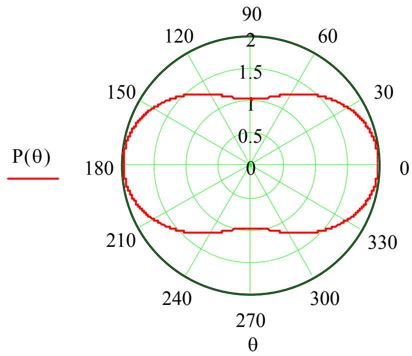


$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{E} = -j\omega \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} Ih(\cos\phi + j\sin\phi)(j\hat{\phi})$$

$$P(\theta,\phi) = P_0$$

PLANO XZ



$$\phi = 0$$

$$\vec{E} = -j\omega \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} Ih(\cos\theta\hat{\theta} + j\hat{\phi})$$

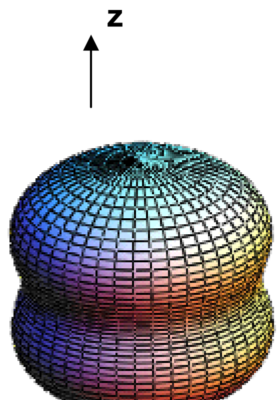
$$P(\theta,\phi) = P_0(\cos^2\theta + 1)$$

PLANO YZ

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{E} = -j\omega \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} Ih(j)(\cos\theta\hat{\theta} + j\hat{\phi})$$

$$P(\theta,\phi) = P_0(\cos^2\theta + 1)$$



Polarización

En el eje x, la radiación es la debida al dipolo del eje y, la polarización es lineal. En el eje y, la radiación es la debida al dipolo del eje x, la polarización es lineal. En general en el plano XY, la polarización es lineal.

En el eje z, los campos se deben a la suma de los dos dipolos, con la misma amplitud y desfasados 90°, la polarización es circular

En general, el campo tiene dos componentes, desfasadas 90° y de amplitud diferente, por lo tanto la polarización será elíptica.

$$\vec{E} = -j\omega \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} Ih\left(\cos\phi + j\sin\phi\right)\left(\cos\theta\hat{\theta} + j\hat{\phi}\right)$$

Directividad

La directividad se puede calcular como

$$D = \frac{4\pi}{\int_\Omega \frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)d\Omega} = \frac{4\pi}{2\pi\int_0^\pi \frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)\sin\theta d\theta} = 1.5$$

Resistencia de radiación

La resistencia de radiación de un dipolo elemental de longitud h es

$$R_r = 80\pi^2\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2 0.01 = 7.896\Omega$$

Campo radiado

$$\phi = \frac{\pi}{2}, \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{E} = \omega \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} Ih\hat{\phi} = \frac{k\eta e^{-jkr}}{4\pi r} Ih\hat{\phi}$$

$$\left|E\right| = \frac{60\pi}{r} I 0.1 = 6\pi \frac{I}{r} = 18.85 mv$$