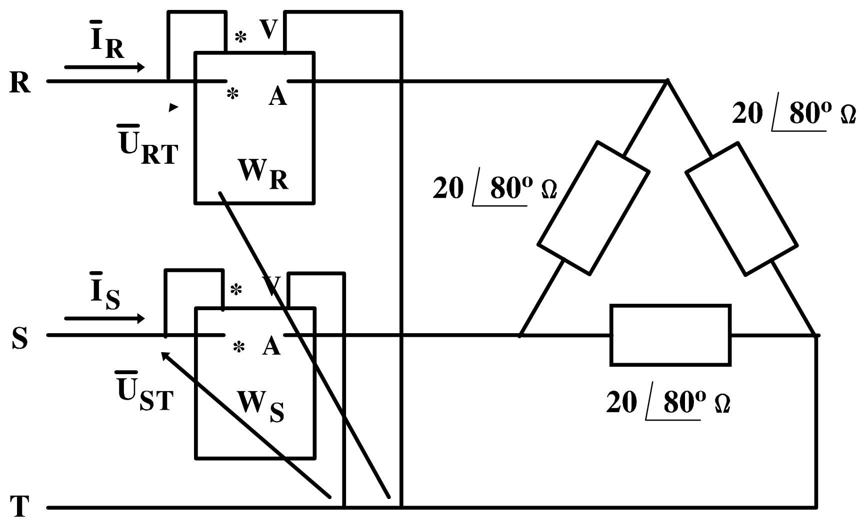
EJERCICIOS DE POTENCIAS EN SISTEMAS TRIFÁSICOS.

EJERCICIO 1.- Un sistema trifásico trifilar de 240 V y secuencia RST, alimenta una carga trifásica equilibrada conectada en triángulo, formado por impedancias de valor 20 $\angle$ 80º Ω. Hallar la lectura de dos vatímetros dispuestos en las líneas R y S con sus bobinas de tensión conectadas según el método de Aron.

<u>RESOLUCIÓN</u>:

En la figura se muestra el esquema del circuito eléctrico correspondiente a los datos proporcionados en el enunciado.



La lectura de los vatímetros vendrán dadas por:

$$W_R = U_L\, I_L \cos \angle_{\bar{I}_R}^{\bar{U}_{RT}}$$

$$W_S = U_L\, I_L \cos \angle_{\bar{I}_S}^{\bar{U}_{ST}}$$

Por tanto, habrá que calcular las corrientes de línea, en módulo (valor eficaz) y en argumento, para lo cual se habrán de obtener, en primer lugar, las corrientes de fase. Así se tiene que:

$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{U}_{RS}}{20 \angle 80°} = \frac{240 \angle 120°}{20 \angle 80°} = 12 \angle 40° \, A$$

$$\bar{I}_{ST} = \frac{\bar{U}_{ST}}{20 \angle 80°} = \frac{240 \angle 0°}{20 \angle 80°} = 12 \angle -80° \, A$$

$$\overline{I}_{TR} = \frac{\overline{U}_{TR}}{20 \angle 80°} = \frac{240 \angle -120°}{20 \angle 80°} = 12 \angle -200° \; A$$

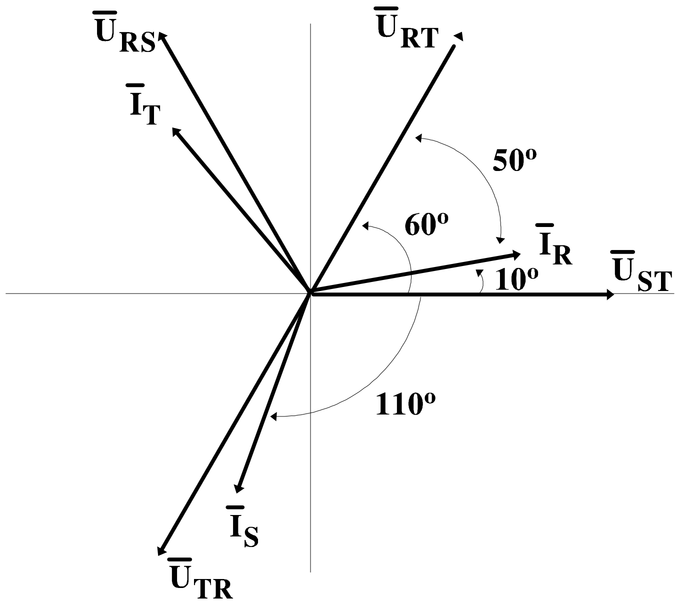
Aplicando la primera ley de Kircchoff en los vértices del triángulo se obtiene:

$$\overline{I}_R = \overline{I}_{RS} - \overline{I}_{TR} = 20{,}78 \angle 10° \; A$$

$$\overline{I}_S = \overline{I}_{ST} - \overline{I}_{RS} = 20{,}78 \angle -110° \; A$$

$$\overline{I}_T = \overline{I}_{TR} - \overline{I}_{ST} = 20{,}78 \angle 130° \; A$$

El diagrama fasorial de las corrientes y tensiones de línea es el mostrado en la figura.



Mediante esta representación se pueden deducir de forma clara los ángulos implícitos en las lecturas de los vatímetros. Así, dichas lecturas vendrán dadas por:

$$W_R = 240 \; x \; 20{,}78 \; x \cos(60° - 10°) = 3{,}2 \; kW$$

$$W_S = 240 \; x \; 20{,}78 \; x \cos(110° - 0°) = -1{,}7 \; kW$$

OTRA FORMA DE RESOLUCIÓN

Como las tres impedancias son iguales, la potencia activa total de la carga será: $P_T = \sqrt{3}\, U \, I_L \cos\theta$

La corriente de línea se obtiene de: $I_L = \sqrt{3}\,\frac{U}{Z} = \sqrt{3}\,\frac{240}{20} = 2'08 \; A$

sustituyendo: $P_T = \sqrt{3} \, . \, 240 \, . \, 2'08 \, . \cos 80° = 1.500 \, W$

Por otra parte: $Q_T = \sqrt{3} \, . \, 240 \, . \, 2'08 \, . \, sen \; 80° = 8.507 \, VAR_{(\; r}$

Como: $W_1 - W_2 = \dfrac{Q_T}{\sqrt{3}} = 4.911$

y; $W_1 + W_2 = P_T = 1.500$

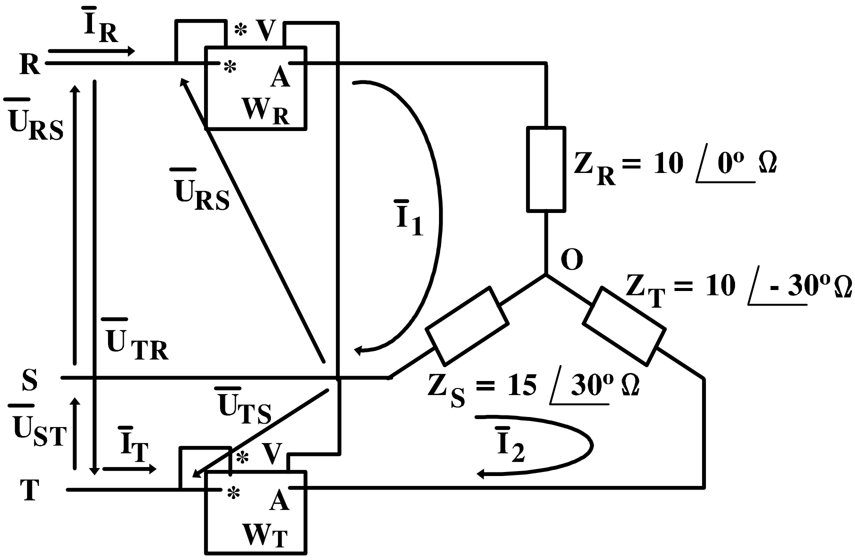
se tiene que: $2W_1 = 1.500 + 4.911 = 6.411 \;;\; W_1 = 3'2\ kW$

$W_2 = 1.500 - W_1 \;;\; W_2 = -1'7\ kW$

EJERCICIO 2.- Se conecta una carga en estrella con impedancias por fase $Z_R = 10 \angle 0º\ \Omega$, $Z_S = 15 \angle 30º\ \Omega$ y $Z_T = 10 \angle -30º\ \Omega$, a una sistema trifilar de 208 V, secuencia RST. Hallar la lectura de dos vatímetros conectados en las líneas R y T, con sus bobinas de tensión conectadas para medir la potencia total disipada por la carga.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra el esquema del circuito, con la conexión de los vatímetros descritos en el enunciado.



Las lecturas de los vatímetros vendrán dadas por:

$$W_R = U_L\, I_L \cos \measuredangle \begin{smallmatrix}\overline{U}_{RS}\\ \overline{I}_R\end{smallmatrix}$$

$$W_T = U_L\, I_L \cos \measuredangle \begin{smallmatrix}\overline{U}_{TS}\\ \overline{I}_T\end{smallmatrix}$$

Por tanto, se habrá de calcular las corrientes de línea en las fases R y T. Se establecen las mallas indicadas en el esquema del circuito, para las que se verifica que:

$$\bar{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 208 \angle 120° & -15 \angle 30° \\ 208 \angle 0° & 15 \angle 30° + 10 \angle -30° \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0° + 15 \angle 30° & -15 \angle 30° \\ -15 \angle 30° & 15 \angle 30° + 10 \angle -30° \end{vmatrix}} = 14{,}16 \angle 86{,}10° \; A$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 \angle 0° + 15 \angle 30° & 208 \angle 120° \\ -15 \angle 30° & 208 \angle 0° \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0° + 15 \angle 30° & -15 \angle 30° \\ -15 \angle 30° & 15 \angle 30° + 10 \angle -30° \end{vmatrix}} = 10{,}21 \angle 52{,}41° \; A$$

Las corrientes de línea serán:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 = 14{,}16 \angle 86{,}10° \; A$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = 8{,}01 \angle -48{,}91° \; A$$

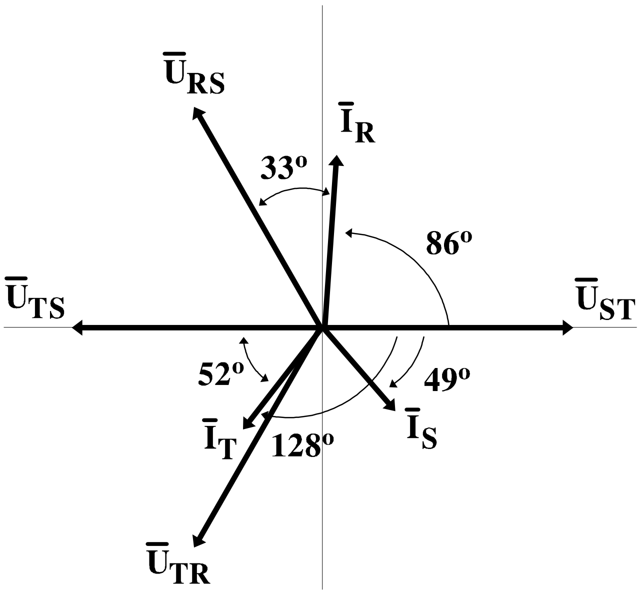
$$\bar{I}_T = -\bar{I}_2 = 10{,}21 \angle -127{,}59° \; A$$

Se obtienen las siguientes lecturas:

$$W_R = 208 \; x \; 14{,}16 \; x \cos(120° - 86{,}10°) = 2{,}4 \; kW$$

$$W_T = 208 \; x \; 10{,}21 \; x \cos(180° - 127{,}59°) = 1{,}3 \; kW$$

Los ángulos de desfase entre las tensiones y corrientes, implicados en las lecturas, son los mostrados en el diagrama fasorial de la figura.



La potencia total disipada por la carga trifásica se obtiene de la forma:

$$P_{TOTAL} = W_R + W_T = 3{,}7\ kW$$

Este resultado se puede comprobar calculando la potencia disipada por cada fase de la siguiente forma:

$$P_{fase\ R} = 10\ x\ 14{,}16^2 = 2.005\ W$$

$$P_{fase\ S} = 15\cos\ 30\ °\ x\ 8{,}01^2 = 833{,}46\ W$$

$$P_{fase\ T} = 10\cos\ 30\ °\ x\ 10{,}21^2 = 902{,}78\ W$$

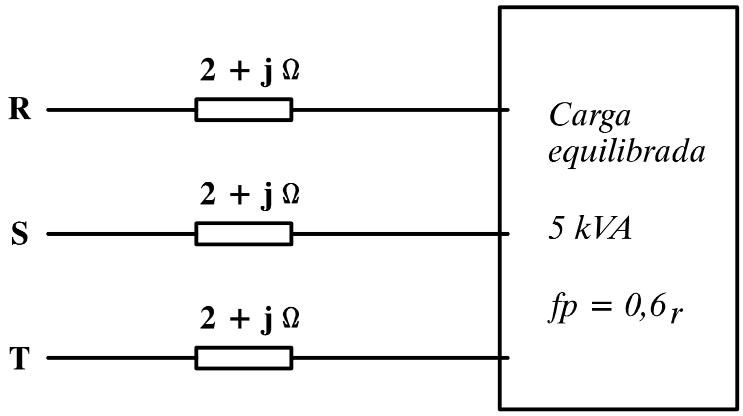
$$P_{TOTAL} = P_{fase\ R} + P_{fase\ S} + P_{fase\ T} = 3{,}7\ kW$$

EJERCICIO 3.- Un alternador trifásico de 440 V y conexión estrella, admite una corriente máxima de 35 A en cada devanado (línea). Calcular la potencia aparente máxima que puede suministrar el generador.

Dicho generador alimenta una carga trifásica equilibrada de 5 kVA con un factor de potencia 0,6 en retardo, a través de una línea cuya impedancia por fase es de 2 + j ohmios. Calcular la tensión entre fases en la carga y la potencia aparente suministrada por el generador.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra un esquema del circuito propuesto en el enunciado del problema.



La potencia aparente máxima que puede suministrar el alternador vendrá dada por:

$$S = \sqrt{3}\ x\ 440\ x\ 35 = 26{,}7\ kVA$$

Llamando U a la tensión de línea entre fases de la carga, I_L a la corriente de línea, se obtiene del triángulo de potencias en la carga la siguiente relación:

$$5.000 = \sqrt{3} . U . I_L \; ; \; I_L = \frac{5.000}{\sqrt{3} U}$$

La potencia activa suministrada por el generador se obtiene de:

$$P_{generador} = P_{carga} + P_{linea}$$

$$P_{carga} = S_{carga} . fp_{carga} = 5.000 . 0{,}6 = 3.000 \, W$$

$$P_l Ínea = 3 \, x \, R_{linea} \, x \, I_L^2 = 3 . 2 . \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2$$

La potencia reactiva suministrada por el generador se calcula de:

$$Q_{generador} = Q_{carga} + Q_{linea}$$

$$Q_{carga} = S_{carga} . sen \left(\arccos \left(fp_{carga} \right) \right) = 5.000 . 0{,}8 = 4.000 \, kVAR_{(\; r}$$

$$Q_l Ínea = 3 . X_{linea} . I_L^2 = 3 . 1 . \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2 kVAR_{(\; r}$$

La potencia aparente viene dada por:

$$S_{generador} = \sqrt{3} . U . I_L = \sqrt{3} . 440 . \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)$$

$$S^2_{generador} = P^2_{generador} + Q^2_{generador}$$

$$\left(3 + \frac{50 . 10^3}{U^2} \right)^2 + \left(4 + \frac{25 . 10^3}{U^2} \right)^2 = \left(\sqrt{3} . 440 . \frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2$$

Resolviendo se tiene que:

$$U^4 - 173.600 . U^2 + 125 . 10^6 = 0$$

$$U_1{}^2 = 7'231 V^2 \; \text{- -\_ >} \; U_1 = 2'69 V \quad SOLUCION \; NO VALIDA$$

La corriente suministrada por el generador será de: $I_L = \frac{5.000}{\sqrt{3} \, x \, 4'158} = 6{,}9 \, A$

por tanto, la potencia aparente se obtiene de: $S = \sqrt{3} . 440 . 6'9 = 5'3 \, kVA$

EJERCICIO 4.- Un generador trifásico alimenta una carga equilibrada mediante una línea de impedancia 0,1 + j 0,1 ohmios. La carga, alimentada a 360 voltios, está compuesta por un equipo trifásico que consume 50 kW con un factor de potencia 0,85 en retardo, y tres resistencias de calefacción de 43,2 ohmios, cada una, conectadas en triángulo.

Al principio de la línea, en paralelo con el generador, se conectan tres condensadores iguales para corregir el factor de potencia del generador a la unidad.

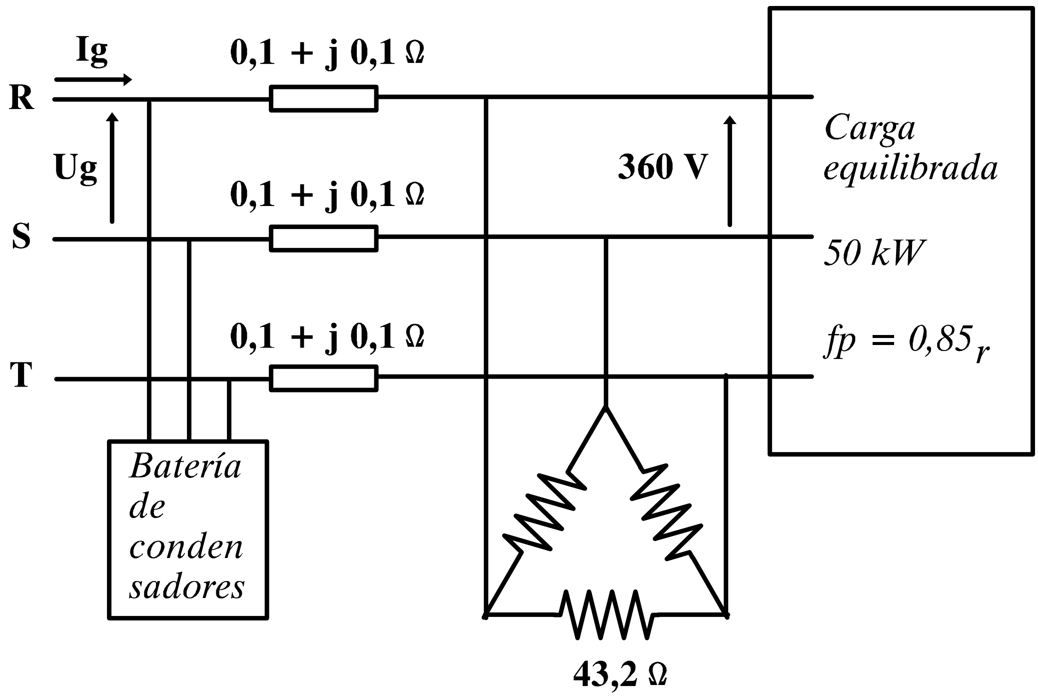
Se pide, calcular:

a) La potencia aparente en bornas del generador y el valor eficaz de las corrientes de línea suministradas por del generador.

b) Si manteniendo constante la tensión del generador se desconectan las tres resistencias de calefacción, ¿ cuál será en este caso la potencia aparente en bornas del generador y su factor de potencia ?.

<u>RESOLUCIÓN</u>:

En la figura se muestra un esquema de la conexión de los elementos descritos en el enunciado y en el que se indican las abreviaturas de las tensiones y corrientes que se calcularán posteriormente.



a.- El triángulo de potencias del equipo trifásico vendrá dado por:

$$P_e = 50\ kW$$

$$Q_e = \sqrt{S_e^2 - P_e^2} = 31\ kVAR_{(r}$$

$$S_e = \frac{50\ kW}{0,85} = 58,8\ kVA$$

El triángulo de potencias del conjunto de resistencias de calefacción será:

$$P_R = 3 \cdot \frac{U^2}{R} = 3 \cdot \frac{360^2}{43,2} = 9\ kW$$

$$Q_R = 0\,VAR$$

$$S_R = 9\ kVA$$

El conjunto formado por el equipo trifásico y las resistencias calefactoras tienen el siguiente triángulo de potencias:

$$P_{e,\,R} = P_e + P_R = 59\ kW$$

$$Q_{e,\,R} = Q_e + Q_R = 31\ kVAR_{(\ r}$$

$$S_{e,\,R} = \sqrt{\ P^2_{e,\,R} + Q^2_{e,\,R}} = 6'66\ kVA$$

Como la tensión de alimentación de este conjunto de cargas es de 360 V, la corriente de alimentación de ambas cargas será de: $I' = \frac{S_{e,\,R}}{\sqrt{3}\,360} = 1'069\ A$

Esta corriente circula por la impedancia de línea, por tanto, el triángulo de potencias total correspondiente a las tres líneas estará dado por:

$$P_L = 3 \cdot 0,1 \cdot 1'06\,9^2 = 3'4\ kW$$

$$Q_L = 3 \cdot 0,1 \cdot 1'06\,9^2 = 3'4\ kVAR_{(\ r}$$

El triángulo de potencias a la entrada de la línea estará formado por:

$$P_{e,\,R,\,L} = P_E + P_R + P_L = 6'24\ kW$$

$$Q_{e,\,R,\,L} = Q_E + Q_R + Q_L = 3'44\ kVAR_{(\ r}$$

$$S_{e,\,R,\,L} = \sqrt{\ P^2_{e,\,R,\,L} + Q^2_{e,\,R,\,L}} = 7'13\,kVA$$

Como la corriente de alimentación es de 98,5 A, la tensión suministrada por el generador será de: $U_g = \frac{S_{e,\,R,\,L}}{\sqrt{3}\,I'} = \frac{7'13 \cdot 10^3}{\sqrt{3}\,1'069} = 385\,V$

La potencia aparente total en bornas del generador se obtendrá teniendo en cuenta la corrección del factor de potencia debido a los condensadores. Como la corrección del factor de potencia se hace a la *unidad*, se tiene que:

$S_g = S_{e,\,R,\,L,\,C} = P_{e,\,R,\,L} = 6'24\ kVA$

y la corriente total suministrada por el generador se obtiene de: $I_g = \dfrac{S_{e,\,R,\,L,\,C}}{\sqrt{3}\,V_g} = \dfrac{6'24\,.\,10^3}{\sqrt{3}\ 385} = 9'36\ A$

b) Al desconectar las resistencias el consumo en corriente varía y, por tanto, se modifica la caída de tensión en las líneas. Por ello, la tensión de alimentación del equipo trifásico deja de ser de 360 V, así mismo el triángulo de potencias consumido por la misma será diferente. Lo único que permanece con el mismo valor es la impedancia equivalente del equipo, que se puede obtener a partir de las condiciones de funcionamiento descritas en el primer apartado.

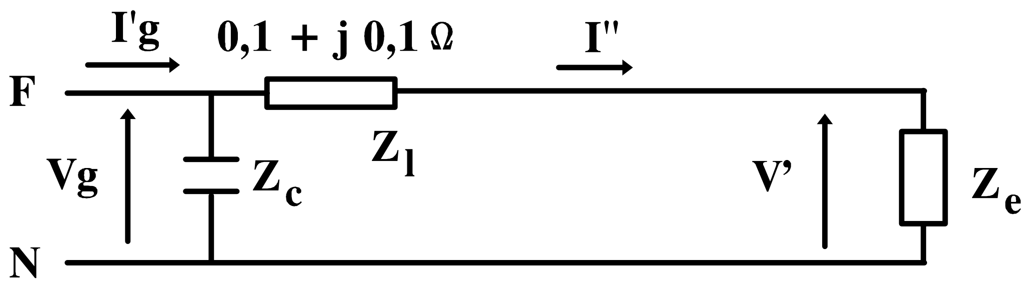
Así, suponiendo la impedancia equivalente en estrella, se tiene que: $S_e = \sqrt{3}\,U\,I$ y $Z_e = \dfrac{U}{\sqrt{3}\,I}$

por tanto, $Z_e = \dfrac{V^2}{3\,.\,S_e} = \dfrac{360^2}{3\,.\,5'88\,.\,10^3} = 2'2\,\Omega$

El argumento se obtiene a partir del factor de potencia, escribiendo: $arg\ Z_e = \text{arc}\ \cos\ (\ 0'85\ ) = 3'18\ °$

Así pues: $Z_e = 2'2 \angle\ 3'18\ °\,\Omega$

Como las cargas conectadas son equilibradas, se puede establecer el circuito monofásico equivalente de la figura.



Componiendo la impedancia del equipo con la impedancia de la línea se obtiene:

$$Z_{e,\,L} = (\ 0'1 + j\,0'1\ ) + 2'2\ \angle\ 3'18\ ° = 2'3\ \angle\ 3'26\ °\,\Omega$$

Como la tensión del generador se mantiene constante, la corriente suministrada a la impedancia equivalente anterior será de:

$$I'' = \frac{V_g}{Z_{equivalente}} = \frac{\frac{385}{\sqrt{3}}}{2'3} = 9'66\ A$$

El triángulo de potencias de ambas cargas, equipo trifásico y línea, vendrá dado por:

$$P_{e,\,L} = 3\,.\,2'3\,.\cos\ (3'26\ °\ )\,.\,9'66^2 = 5'43\,kW$$

$$Q_{e,\,L} = 3\,.\,2'3\,.\,sen\;(3'26\;\;°\;\;)\,.\,9'6\,6^2 = 3'47\;kVAR(\;\;r$$

Por último, el triángulo de potencias del conjunto de todas las cargas se obtiene sumando al triángulo de potencias anterior, el triángulo de potencias debido a los condensadores, calculado en el apartado **a)**. Por tanto:

$$P_{e,\,L,\,C} = 5'43\;kW$$

$$Q_{e,\,L,\,C} = Q_{e,\,L,\,C} + Q_C = \;3'47 - 3'44 = 305\;kVAR(\;\;r$$

$$S_{e,\,L,\,C} = \sqrt{\;P^2_{e,\,L,\,C} + Q^2_{e,\,L,\,C}} = 5'43\;kVA$$

y por consiguiente:

$$fp = \frac{P_{e,\,l,\,C}}{S_{e,\,l,\,C}} \approx 1$$

Última revisión: 3/12/01 - © F Bugallo Siegel.