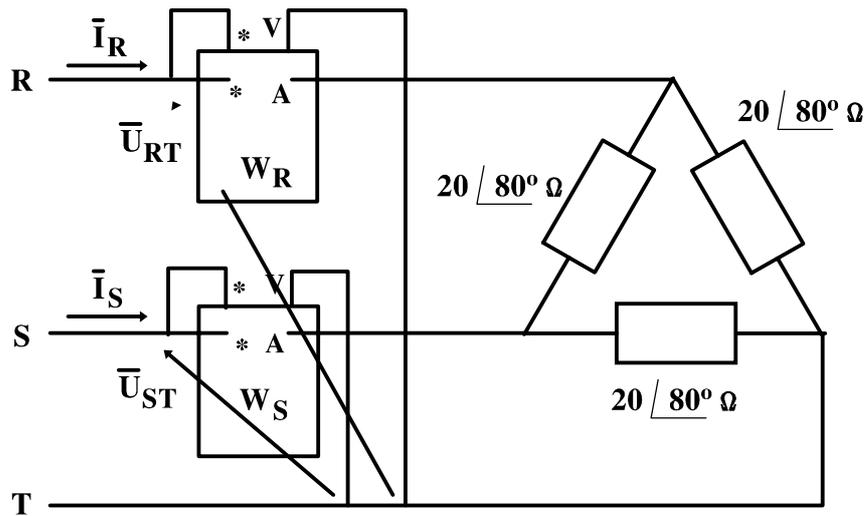


EJERCICIOS DE POTENCIAS EN SISTEMAS TRIFÁSICOS.

EJERCICIO 1.- Un sistema trifásico trifilar de 240 V y secuencia RST, alimenta una carga trifásica equilibrada conectada en triángulo, formado por impedancias de valor $20 \angle 80^\circ \Omega$. Hallar la lectura de dos vatímetros dispuestos en las líneas R y S con sus bobinas de tensión conectadas según el método de Aron.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra el esquema del circuito eléctrico correspondiente a los datos proporcionados en el enunciado.



La lectura de los vatímetros vendrán dadas por:

$$W_R = U_L I_L \cos \angle \begin{matrix} \overline{U}_{RT} \\ \overline{I}_R \end{matrix}$$

$$W_S = U_L I_L \cos \angle \begin{matrix} \overline{U}_{ST} \\ \overline{I}_S \end{matrix}$$

Por tanto, habrá que calcular las corrientes de línea, en módulo (valor eficaz) y en argumento, para lo cual se habrán de obtener, en primer lugar, las corrientes de fase. Así se tiene que:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$\bar{I}_{TR} = \frac{\bar{U}_{TR}}{20 \angle 80^\circ} = \frac{240 \angle -120^\circ}{20 \angle 80^\circ} = 12 \angle -200^\circ \text{ A}$$

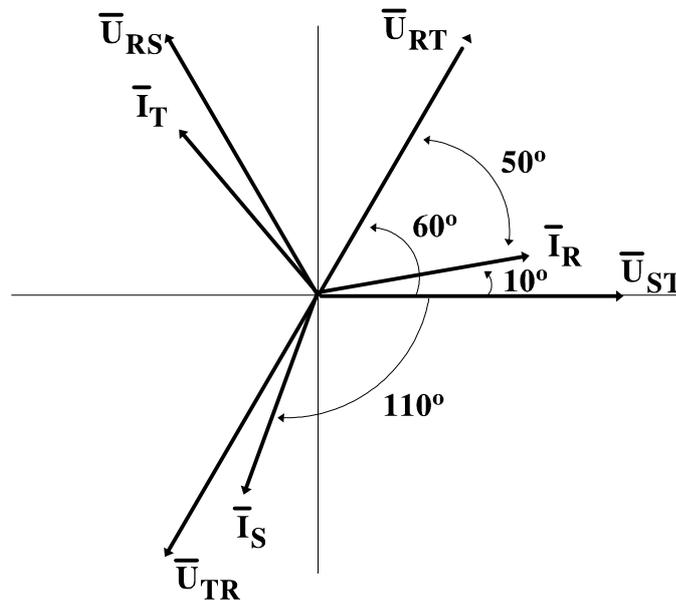
Aplicando la primera ley de Kirchoff en los vértices del triángulo se obtiene:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} = 20,78 \angle 10^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} = 20,78 \angle -110^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST} = 20,78 \angle 130^\circ \text{ A}$$

El diagrama fasorial de las corrientes y tensiones de línea es el mostrado en la figura.



Mediante esta representación se pueden deducir de forma clara los ángulos implícitos en las lecturas de los vatímetros. Así, dichas lecturas vendrán dadas por:

$$W_R = 240 \times 20,78 \times \cos(60^\circ - 10^\circ) = 3,2 \text{ kW}$$

$$W_S = 240 \times 20,78 \times \cos(110^\circ - 0^\circ) = -1,7 \text{ kW}$$

OTRA FORMA DE RESOLUCIÓN

Como las tres impedancias son iguales, la potencia activa total de la carga será: $P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \theta$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$\text{Como: } W_1 - W_2 = \frac{Q_T}{\sqrt{3}} = 4.911$$

$$\text{y: } W_1 + W_2 = P_T = 1.500$$

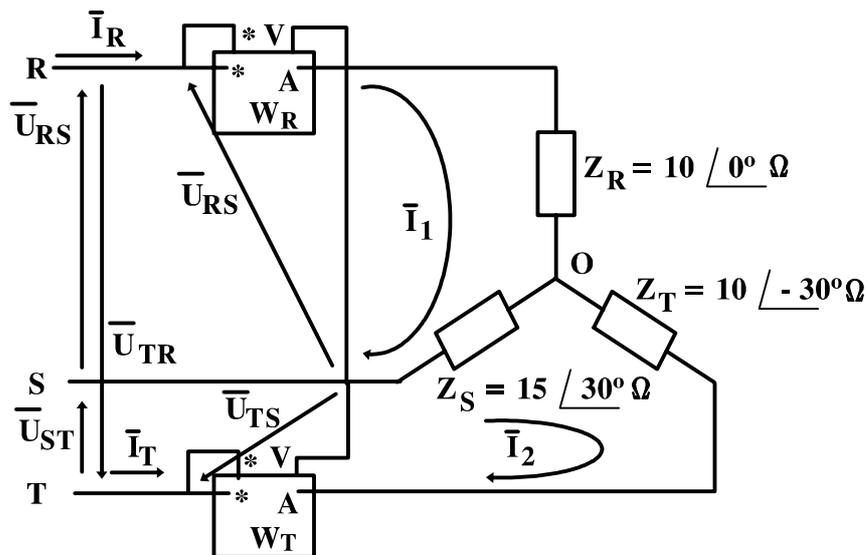
$$\text{se tiene que: } 2W_1 = 1.500 + 4.911 = 6.411 ; W_1 = 3.205 \text{ kW}$$

$$W_2 = 1.500 - W_1 ; W_2 = -1.705 \text{ kW}$$

EJERCICIO 2.- Se conecta una carga en estrella con impedancias por fase $Z_R = 10 \angle 0^\circ \Omega$, $Z_S = 15 \angle 30^\circ \Omega$ y $Z_T = 10 \angle -30^\circ \Omega$, a una sistema trifilar de 208 V, secuencia RST. Hallar la lectura de dos vatímetros conectados en las líneas R y T, con sus bobinas de tensión conectadas para medir la potencia total disipada por la carga.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra el esquema del circuito, con la conexión de los vatímetros descritos en el enunciado.



Las lecturas de los vatímetros vendrán dadas por:

$$W_R = U_L I_L \cos \angle \begin{matrix} \bar{U}_{RS} \\ \bar{I}_R \end{matrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



$$\bar{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix} 208 \angle 120^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ 208 \angle 0^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}} = 14,16 \angle 86,10^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & 208 \angle 120^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 208 \angle 0^\circ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 \angle 0^\circ + 15 \angle 30^\circ & -15 \angle 30^\circ \\ -15 \angle 30^\circ & 15 \angle 30^\circ + 10 \angle -30^\circ \end{vmatrix}} = 10,21 \angle 52,41^\circ \text{ A}$$

Las corrientes de línea serán:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_1 = 14,16 \angle 86,10^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = 8,01 \angle -48,91^\circ \text{ A}$$

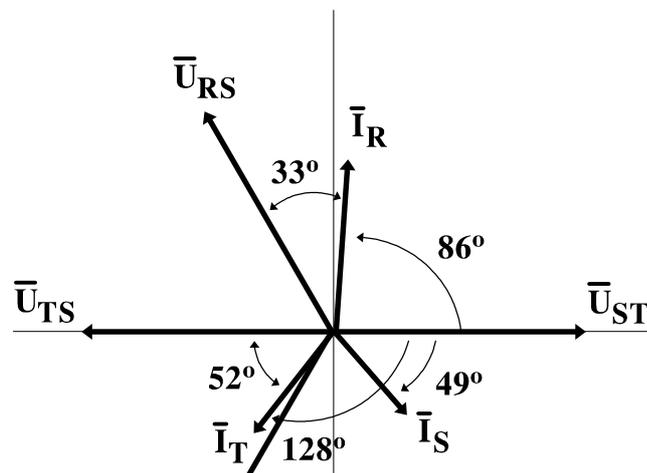
$$\bar{I}_T = -\bar{I}_2 = 10,21 \angle -127,59^\circ \text{ A}$$

Se obtienen las siguientes lecturas:

$$W_R = 208 \times 14,16 \times \cos(120^\circ - 86,10^\circ) = 2,4 \text{ kW}$$

$$W_T = 208 \times 10,21 \times \cos(180^\circ - 127,59^\circ) = 1,3 \text{ kW}$$

Los ángulos de desfase entre las tensiones y corrientes, implicados en las lecturas, son los mostrados en el diagrama fasorial de la figura.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$P_{TOTAL} = W_R + W_T = 3,7 \text{ kW}$$

Este resultado se puede comprobar calculando la potencia disipada por cada fase de la siguiente forma:

$$P_{fase R} = 10 \times 14,16^2 = 2.005 \text{ W}$$

$$P_{fase S} = 15 \cos 30^\circ \times 8,01^2 = 833,46 \text{ W}$$

$$P_{fase T} = 10 \cos 30^\circ \times 10,21^2 = 902,78 \text{ W}$$

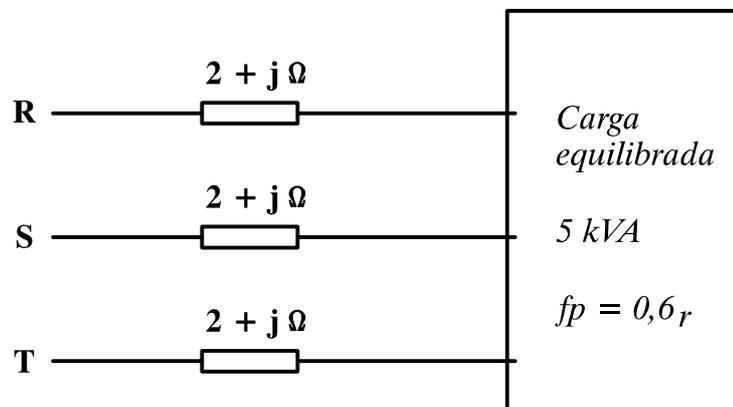
$$P_{TOTAL} = P_{fase R} + P_{fase S} + P_{fase T} = 3,7 \text{ kW}$$

EJERCICIO 3.- Un alternador trifásico de 440 V y conexión estrella, admite una corriente máxima de 35 A en cada devanado (línea). Calcular la potencia aparente máxima que puede suministrar el generador.

Dicho generador alimenta una carga trifásica equilibrada de 5 kVA con un factor de potencia 0,6 en retardo, a través de una línea cuya impedancia por fase es de $2 + j$ ohmios. Calcular la tensión entre fases en la carga y la potencia aparente suministrada por el generador.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra un esquema del circuito propuesto en el enunciado del problema.



La potencia aparente máxima que puede suministrar el alternador vendrá dada por:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$5.000 = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_L ; I_L = \frac{5.000}{\sqrt{3} U}$$

La potencia activa suministrada por el generador se obtiene de:

$$P_{\text{generador}} = P_{\text{carga}} + P_{\text{linea}}$$

$$P_{\text{carga}} = S_{\text{carga}} \cdot \text{fp}_{\text{carga}} = 5.000 \cdot 0,6 = 3.000 \text{ W}$$

$$P_{\text{línea}} = 3 \times R_{\text{linea}} \times I_L^2 = 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2$$

La potencia reactiva suministrada por el generador se calcula de:

$$Q_{\text{generador}} = Q_{\text{carga}} + Q_{\text{linea}}$$

$$Q_{\text{carga}} = S_{\text{carga}} \cdot \text{sen} (\text{arc cos} (\text{fp}_{\text{carga}})) = 5.000 \cdot 0,8 = 4.000 \text{ kVAR}_r$$

$$Q_{\text{línea}} = 3 \cdot X_{\text{linea}} \cdot I_L^2 = 3 \cdot 1 \cdot \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2 \text{ kVAR}_r$$

La potencia aparente viene dada por:

$$S_{\text{generador}} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 440 \cdot \left(\frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)$$

$$S_{\text{generador}}^2 = P_{\text{generador}}^2 + Q_{\text{generador}}^2$$

$$\left(3 + \frac{50 \cdot 10^3}{U^2} \right)^2 + \left(4 + \frac{25 \cdot 10^3}{U^2} \right)^2 = \left(\sqrt{3} \cdot 440 \cdot \frac{5.000}{\sqrt{3} U} \right)^2$$

Resolviendo se tiene que:

$$U^4 - 173.600 \cdot U^2 + 125 \cdot 10^6 = 0$$

$$U_1^2 = 7'231 \text{ V}^2 \text{ --> } U_1 = 2'69 \text{ V} \quad \text{SOLUCION NO VALIDA}$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

EJERCICIO 4.- Un generador trifásico alimenta una carga equilibrada mediante una línea de impedancia $0,1 + j 0,1$ ohmios. La carga, alimentada a 360 voltios, está compuesta por un equipo trifásico que consume 50 kW con un factor de potencia 0,85 en retardo, y tres resistencias de calefacción de 43,2 ohmios, cada una, conectadas en triángulo.

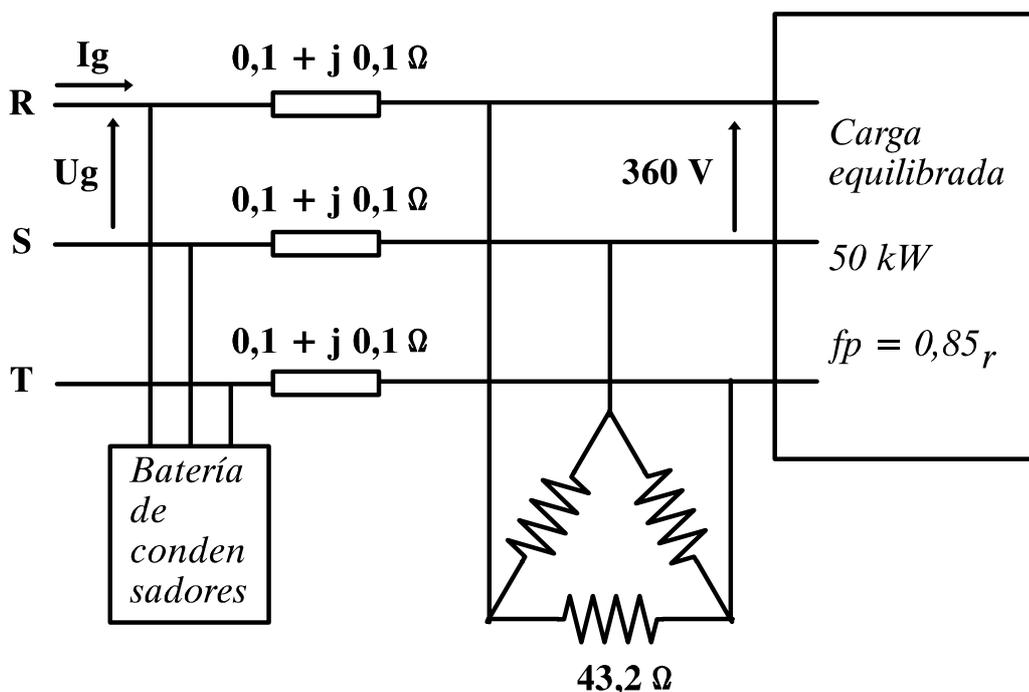
Al principio de la línea, en paralelo con el generador, se conectan tres condensadores iguales para corregir el factor de potencia del generador a la unidad.

Se pide, calcular:

- La potencia aparente en bornas del generador y el valor eficaz de las corrientes de línea suministradas por del generador.
- Si manteniendo constante la tensión del generador se desconectan las tres resistencias de calefacción, ¿ cuál será en este caso la potencia aparente en bornas del generador y su factor de potencia ?.

RESOLUCIÓN:

En la figura se muestra un esquema de la conexión de los elementos descritos en el enunciado y en el que se indican las abreviaturas de las tensiones y corrientes que se calcularán posteriormente.



a.- El triángulo de potencias del equipo trifásico vendrá dado por:

$$P_e = 50 \text{ kW}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



El triángulo de potencias del conjunto de resistencias de calefacción será:

$$P_R = 3 \cdot \frac{U^2}{R} = 3 \cdot \frac{360^2}{43,2} = 9 \text{ kW}$$

$$Q_R = 0 \text{ VAR}$$

$$S_R = 9 \text{ kVA}$$

El conjunto formado por el equipo trifásico y las resistencias calefactoras tienen el siguiente triángulo de potencias:

$$P_{e,R} = P_e + P_R = 59 \text{ kW}$$

$$Q_{e,R} = Q_e + Q_R = 31 \text{ kVAR}_r$$

$$S_{e,R} = \sqrt{P_{e,R}^2 + Q_{e,R}^2} = 6'66 \text{ kVA}$$

Como la tensión de alimentación de este conjunto de cargas es de 360 V, la corriente de alimentación de ambas cargas será de: $I' = \frac{S_{e,R}}{\sqrt{3} \cdot 360} = 1'069 \text{ A}$

Esta corriente circula por la impedancia de línea, por tanto, el triángulo de potencias total correspondiente a las tres líneas estará dado por:

$$P_L = 3 \cdot 0,1 \cdot 1'069^2 = 3'4 \text{ kW}$$

$$Q_L = 3 \cdot 0,1 \cdot 1'069^2 = 3'4 \text{ kVAR}_r$$

El triángulo de potencias a la entrada de la línea estará formado por:

$$P_{e,R,L} = P_e + P_R + P_L = 6'24 \text{ kW}$$

$$Q_{e,R,L} = Q_e + Q_R + Q_L = 3'44 \text{ kVAR}_r$$

$$S_{e,R,L} = \sqrt{P_{e,R,L}^2 + Q_{e,R,L}^2} = 7'13 \text{ kVA}$$

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$S_g = S_{e, R, L, C} = P_{e, R, L} = 6'24 \text{ kVA}$$

y la corriente total suministrada por el generador se obtiene de: $I_g = \frac{S_{e, R, L, C}}{\sqrt{3} V_g} = \frac{6'24 \cdot 10^3}{\sqrt{3} 385} = 9'36 \text{ A}$

b) Al desconectar las resistencias el consumo en corriente varía y, por tanto, se modifica la caída de tensión en las líneas. Por ello, la tensión de alimentación del equipo trifásico deja de ser de 360 V, así mismo el triángulo de potencias consumido por la misma será diferente. Lo único que permanece con el mismo valor es la impedancia equivalente del equipo, que se puede obtener a partir de las condiciones de funcionamiento descritas en el primer apartado.

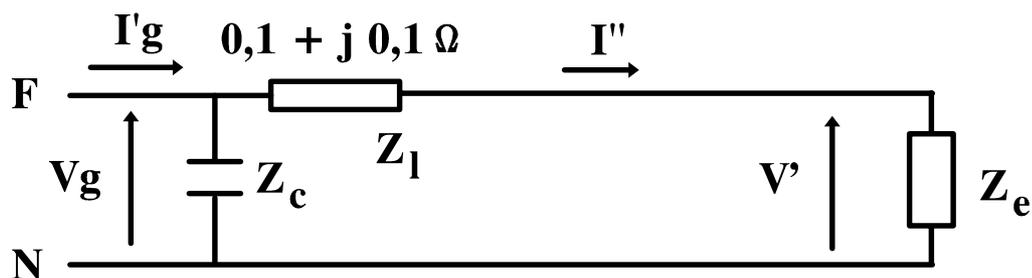
Así, suponiendo la impedancia equivalente en estrella, se tiene que: $S_e = \sqrt{3} U I$ y $Z_e = \frac{U}{\sqrt{3} I}$

por tanto, $Z_e = \frac{V^2}{3 \cdot S_e} = \frac{360^2}{3 \cdot 5'88 \cdot 10^3} = 2'2 \Omega$

El argumento se obtiene a partir del factor de potencia, escribiendo: $\arg Z_e = \arccos(0'85) = 3'18^\circ$

Así pues: $Z_e = 2'2 \angle 3'18^\circ \Omega$

Como las cargas conectadas son equilibradas, se puede establecer el circuito monofásico equivalente de la figura.



Componiendo la impedancia del equipo con la impedancia de la línea se obtiene:

$$Z_{e, L} = (0'1 + j0'1) + 2'2 \angle 3'18^\circ = 2'3 \angle 3'26^\circ \Omega$$

Como la tensión del generador se mantiene constante, la corriente suministrada a la impedancia equivalente anterior será de:

$$I'' = \frac{V_g}{Z_{e, L}} = \frac{385}{2'3} = 9'66 \text{ A}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$Q_{e,L} = 3.2'3 . \text{sen} (3'26^\circ) . 9'66^2 = 3'47 \text{ kVAR}_r$$

Por último, el triángulo de potencias del conjunto de todas las cargas se obtiene sumando al triángulo de potencias anterior, el triángulo de potencias debido a los condensadores, calculado en el apartado a). Por tanto:

$$P_{e,L,C} = 5'43 \text{ kW}$$

$$Q_{e,L,C} = Q_{e,L} + Q_C = 3'47 - 3'44 = 305 \text{ kVAR}_r$$

$$S_{e,L,C} = \sqrt{P_{e,L,C}^2 + Q_{e,L,C}^2} = 5'43 \text{ kVA}$$

y por consiguiente:

$$fp = \frac{P_{e,L,C}}{S_{e,L,C}} \approx 1$$

Última revisión: 3/12/01 - © F Bugallo Siegel.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70