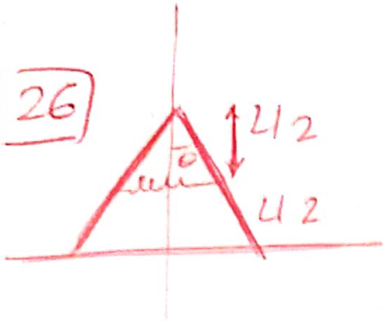
26




Dos escaleras
⇒ muelle ⇒ $l = 0$

$$V_g = 2\left(mg\frac{L}{2}\cos\theta\right)$$
↳ las dos varillas

$$V_g = mgL\cos\theta$$

$$V_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}k\left(2\frac{L}{2}\operatorname{sen}\theta\right)^2 =$$

$\Delta x = \Delta L = L - 0 = l$ ⇒ solo el cambio en la longitud del muelle

$$= \frac{1}{2}kL^2\operatorname{sen}^2\theta$$

$$V_T = mgL\cos\theta + \frac{1}{2}kL^2\operatorname{sen}^2\theta$$

↳ calcular la posición de equilibrio

$$V'_T = -mgL\operatorname{sen}\theta + \frac{2kL^2\cos\theta\operatorname{sen}\theta}{2}$$

⇒ $\theta = 0$ → ~~equilibrio inestable~~

$$V''_T = -mgL\cos\theta + kL^2\cos^2\theta - kL^2\operatorname{sen}^2\theta$$

$Lk$ $Lmg$ ⇒ esta

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

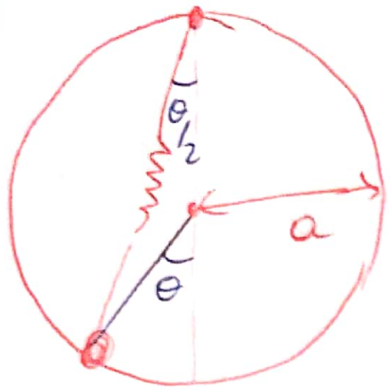
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

19




$D = 2a$

$L_n = \frac{3}{2}a$

$\frac{1}{2}a \Rightarrow$ lo que se estira el muelle del equilibrio

$\Rightarrow$ Queremos saber la estabilidad de la posición de equilibrio.

a) $k = \frac{2mg}{a}$ b) $k = \frac{5mg}{a}$

$V_e = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

$\hookrightarrow \ell - \ell_N = \ell - \frac{3}{2}a$

$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \Rightarrow$ por definición.

$\ell = 2a\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \ell = 2a\left(\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}\right) =$

$= 2a\cos(\theta/2)$

$V_e = \frac{1}{\cancel{2}}k\,\cancel{2}\left[a\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2}a\right]^2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

$\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0 \Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow$ equilibrio

$$V_T'' = ka^2\left[\frac{1}{2}\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{1}{2}\text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{3}{4}\cos(\theta/2)\right] - mga\cos\theta$$

↳ $\theta = 0$

↳ $V_T'' = ka^2\left[\frac{5}{4}\right] - mga = a\left[ka\frac{5}{4} - mg\right]$

8 → al final

10 $\bar{F} = 3x^2\vec{i} + (2xz - y)\vec{j} + z\vec{k}$

- Recta $(0,0,0) - (2,1,3)$
- Curva: $x = 2t,\ y = t,\ z = 4t^2 - t \Rightarrow$ de $t=0$ a $t=1$.

↳ Calcular el potencial

$\frac{dV}{dx} = F_x \Rightarrow V = -\int F_x\,dx = \int -3x^2\,dx = -\frac{3x^3}{3} + V(y,z)$

$\frac{dV}{dy} = F_y \Rightarrow V = -\int F_y\,dy = -\int (2xz - y)\,dy = -2xzy + \frac{y^2}{2} + V(x,z)$

$V(x,y,z) = -x^3 - 2xzy + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

- Parametrización de la recta

$\overline{AB} = B - A = (2, 1, 3) \Rightarrow$ vector de la recta

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 + 2\lambda \\ y = 0 + \lambda \\ z = 0 + 3\lambda \end{array}\right\} \quad \bar{r} = (2\lambda, \lambda, 3\lambda) \quad d\bar{r} = (2d\lambda, d\lambda, 3d\lambda)$$

$$\boxed{W = \int \bar{F}\, d\bar{r}}$$

$$\bar{F} = 3(2\lambda)^2 \vec{i} + (2 \cdot 2\lambda \cdot 3\lambda - \lambda)\vec{j} + 3\lambda \vec{k}$$

$$\bar{F} = 12\lambda^2 \vec{i} + (12\lambda^2 - \lambda)\vec{j} + 3\lambda \vec{k}$$

$$\bar{F} \cdot d\bar{r} = 12\lambda^2 \cdot 2\lambda d\lambda + (12\lambda^2 - \lambda) \cdot d\lambda + (3\lambda \cdot 3d\lambda)$$

$$= 24\lambda^3 + 12\lambda^2 - \lambda + 9\lambda =$$

$$= \underline{24\lambda^3 + 12\lambda^2 + 8\lambda}$$

$$\int_0^1 (24\lambda^3 + 12\lambda^2 + 8\lambda)\, d\lambda =$$

$$= \left[ \frac{24\lambda^4}{4} + \frac{12\lambda^3}{3} + \frac{8\lambda^2}{2} \right]_0^1 = 16 \text{ J}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

⇒ Para la curva:

$x = 2t$ 
$y = t$ 
$z = 4t^2 - t$

$\bar{r} = (2t, t, 4t^2 - t)$

$d\bar{r} = (2dt, dt, (8t-1)dt)$

$F = 3(2t)^2 \vec{i} + (2 \cdot 2t(4t^2 - t) - t)\vec{j} + (4t^2 - t)\vec{k}$

$\bar{F} = 12t^2 \vec{i} + (4t(4t^2 - t) - t)\vec{j} + (4t^2 - t)\vec{k}$

$\bar{F} = 12t^2 \vec{i} + (16t^3 - 4t^2 - t)\vec{j} + (4t^2 - t)\vec{k}$

$\bar{F} \cdot d\bar{r} = (12t^2 \cdot 2) + (16t^3 - 4t^2 - t) \cdot 1 + (4t^2 - t)(8t - 1) =$

$= 24t^2 + 16t^3 - 4t^2 - t - 8t^2 + t + 32t^3 - 4t^2 - 8t^2 + t =$

$= 4t^3 + 12t^2$

$\int \bar{F} d\bar{r} = \int (4t^3 + 12t^2) dt = \frac{4t^4}{4} + \frac{12t^3}{4} = 47$

$= 24t^2 + 16t^3 - 4t^2 + 32t^3 - 4t^2 - 8t^2 =$

→ error en el profesor

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$= 12 + \frac{8}{3} = 14.66$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

17      9

$$F = \frac{36}{x^3} - \frac{9}{x^2}$$

$$V(x) = -\int F\,dx = -\int \underbrace{\frac{36}{x^3}}_{36x^{-3}} - \frac{9}{x^2}\,dx =$$

$$= -\left[\frac{36}{2x^2} + \frac{9}{x}\right] = \frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} + C$$

$$-\frac{36 + 9x}{x^3} = 0 \Rightarrow 9x = 36 \Rightarrow \underline{x = 4}$$

equilibrio

$$V'' = \left(\frac{-36}{x^3} + \frac{9}{x^2}\right)' = \left(-\frac{36.3}{x^4} + \frac{9}{x^3}\right)$$

$$x = 4 \rightarrow \left(-\frac{108}{256} + \frac{9}{64}\right) < 0 \Rightarrow$$ equilibrio estable

$V(x) \Rightarrow$ ver cuándo se anula

$$\frac{18}{x^2} - \frac{9}{x} = 0$$

$$18 - 9x = 0$$

$\rightarrow x = 2$


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

$$E_m = E_c + E_p = 0{,}125 + \underbrace{\frac{18}{x^2} - \frac{9}{x}}_{x=4} = \underbrace{\frac{18}{x^2} - \frac{9}{x}}_{E_c=0}$$

$$0{,}125 + \frac{18}{16} - \frac{9}{4} = \frac{18 - 9x}{x^2}$$

$$-x^2 = 18 - 9x$$

$$x = \frac{+9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 18}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2} \begin{cases} 3 \\ 6 \end{cases}$$

puntos entre los que oscila

$$T = 2\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{\frac{2(E - V(x))}{m}}} =$$

$$= 2\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{\frac{2\left(1 - \frac{18}{x^2} + \frac{9}{x}\right)}{1}}} = 2\int_3^6 \frac{dx}{\sqrt{-2 - \frac{36}{x^2} + \frac{18}{x}}} =$$

$$= 2\int^6 \frac{dx}{\ldots + 18x} = 2\int^6 \frac{x\,dx}{\sqrt{\ldots - 36 + 18x}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

$$= 2\int_3^6 \frac{x\,dx}{\sqrt{(x-6)(x-3)}} = \frac{\pi(3+6)}{2} = \frac{9\pi}{2} = I$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

7 Una partícula se mueve en el campo anterior entre los puntos A(2,-1,2) y B(-1,3,-2). Calcular el trabajo realizado:

$$V_A = -(+1)^2 \cdot 2 + 2^2(-1)(2)^3 + 3(+1) - \frac{3 \cdot 2^{4}}{2} =$$

$$= -2 - 32 + 3 - 24 = -55 \text{ J}$$

$$V_B = +(3)^2(+1) + (+1)^2 \cdot 3(-2)^3 - 3 \cdot 3 - \frac{3 \cdot (+2)^{4}}{2} =$$

$$= 9 - 24 - 9 - 24 = -48 \text{ J}$$

$$W_{AB} = V_B - V_A = 7 \text{ J}$$

8 Hallar el valor de las constantes a, b, c para que el campo de fuerzas definido por:

$$\bar{F} = (x + 2y + az)\vec{i} + (bx - 3y - z)\vec{j} + (4x + cy + 2z)\vec{k}$$

sea conservativo. ¿Cuál es el potencial asociado

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ F_x & F_y & F_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (x+2y+az) & (bx-3y-z) & (4x+cy+2z) \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \end{vmatrix} = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial z}(bx-3y-z) - \frac{\partial}{\partial y}(4x+cy+2z)\right]\vec{i}$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial z}(x+2y+az) - \frac{\partial}{\partial x}(4x+cy+2z)\right]\vec{j}$$

$$+\left[\frac{\partial}{\partial y}(x+2y+az) - \frac{\partial}{\partial x}(bx-3y-z)\right]\vec{k} =$$

$$= (-1-c)\vec{i} - (a-4)\vec{j} + (2-b)\vec{k} = 0$$

$-1-c=0 \Rightarrow c=-1$

$a-4=0 \Rightarrow a=4$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner

- Calcular el potencial asociado:

$$V = -\int \bar{F} \cdot d\bar{r} \Rightarrow \frac{dV}{dx} = F_x$$

$$V = -\int F_x\, dx = -\int (x + 2y + 4z)\, dx =$$

$$= -\frac{x^2}{2} - 2yx - 4zx + C(y,z)$$

$$V = -\int F_y\, dy = -\int (+2x - 3y - z)\, dy =$$

$$= -2xy + \frac{3y^2}{2} + zy + C(x,z)$$

$$V = -\int F_z\, dz = -\int (4x - y + 2z)\, dz =$$

$$= -4xz + yz - \frac{2z^2}{2} + V(x,y)$$

$$V(x,y,z) = -\frac{x^2}{2} - 2yx - 4zx + \frac{3y^2}{2} + zy - z^2$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Escaneado con CamScanner