

Áplicasiones lineales y endomorfismos

Aplicasiones lineales

Sean dos espacios vectoriales $E = \{x, y, z \dots\}$ ($\dim E = n$) y $E' = \{x', y', z' \dots\}$ ($\dim E' = m$) definidos sobre el mismo cuerpo conmutativo K . Se llama aplicaci3n lineal a toda aplicaci3n

$$E \rightarrow E'$$
$$(x) \rightarrow x' = f(x)$$

que verifica las propiedades:

$$I. f(x + y) = f(x) + f(y)$$

$$II. f(\lambda x) = \lambda f(x)$$

Endomorfismo: Aplicaci3n lineal de un espacio vectorial en s3 mismo ($E = E'$)

Expresi3n matricial de la aplicaci3n lineal:

Las columnas de la matriz de la aplicaci3n lineal son las im3genes de los vectores de la base de E referidos a la base de E' .

$$f(x) = A(x)$$

La matriz A tendr3 dimensiones $n \times m$.

Cambio de la matriz de la aplicaci3n lineal al cambiar las bases

Tenemos inicialmente B_E y $B_{E'}$. La matriz es A_1 .

Cambiamos de B_E a B'_E y de $B_{E'}$ a $B''_{E'}$ mediante matrices de paso P_1 y P_2 , respectivamente. La nueva matriz ser3 A_2 .

$$A_2 = P_2^{-1} A_1 P_1$$

En el caso de que se trate de un endomorfismo: $P_2 = P_1 = P \implies A_2 = P^{-1} A_1 P$

Endomorfismos

Valores y vectores propios: $f(x) = A x = \lambda x$

donde λ es el valor propio (autovalor) y $x \neq 0$ el vector propio (autovector).

C3lculo de **valores propios**:

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

C3lculo de **vectores propios**.

Para cada valor propio λ_i , resolvemos la ecuaci3n matricial $(A - \lambda_i I) x = 0$

donde x y 0 son vectores columna.

A todo vector propio le corresponde un 3nico valor propio.

N3mero de vectores propios (linealmente independientes) asociados al valor propio $\lambda_i =$ dimensi3n de $E - \text{rango}(A - \lambda_i I)$

Diagonalizaci3n de endomorfismos.

Un endomorfismo es diagonalizable si existen tantos vectores propios como la dimensi3n del espacio vectorial en el que trabajamos (dimensi3n de la matriz del

CLASES PARTICULARES, TUTOR3AS T3CNICAS ONLINE
LLAMA O ENV3A WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

La matriz diagonal D está formada por los valores propios en la diagonal principal (el resto de los elementos son nulos).

La base para la cual la matriz que caracteriza al endomorfismo es la diagonal está formada por los vectores propios.

La matriz de paso P que permite el paso de la base inicial (para la cual la matriz del endomorfismo es A) a la nueva base tiene por columnas a los vectores propios colocados en el mismo orden en que hemos colocado los valores propios en la matriz diagonal.

Relación entre las matrices: $D = P^{-1} A P$

Aplicación de la diagonalización al cálculo de la potencia enésima de una matriz.

$$A = P D P^{-1} \implies A^n = P D^n P^{-1}$$

pero el cálculo de D^n , es sencillo pues basta con elevar a la n los elementos de la diagonal principal.

Forma canónica de Jordan

En el caso de el endomorfismo no sea diagonalizable, es posible obtener una matriz que aunque no sea completamente diagonal, sí que tiene muchos elementos nulos. La forma canónica de Jordan va a ser una matriz triangular superior.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70