teoría matemática, que estudia básicamente a un
...dos conjuntos y algunas veces, a otros objetos
como a los problemas relacionados con estos.

Conjuntos radica en que a partir de ella se puede
..., salvo la Teoría de Categorías.

de Conjuntos se pueden definir los siguientes
...s propiedades: par ordenado, relación, función,
... algebraicas, los naturales, los enteros, los
...plejos, entre otros.

... de Conjuntos. Son dos los conceptos básicos de

...er tipo de objetos considerada como un todo, una
...nidad; entidad completa bien determinada.
...njunto son nombrados elementos del conjunto o

... una agrupación que está determinada por una
... de un lenguaje preciso.

... de objetos, pero no toda colección de objetos es

...er elemento de es una relación binaria o de dos
... de la Teoría de Conjuntos. Esta relación va de un
...ndo objeto es necesariamente un conjunto y el
...unto.

...ento "a" pertenece al conjunto "A" se aplica el
...tiliza $a \in A$, que se lee: "a" pertenece a "A". y se
...tenencia, señala la relación entre elementos y

Si un elemento no pertenece a un conjunto se denota por $\notin$, por ejemplo si b no pertenece a **A** se expresara como $b \notin A$, que se lee: **b** no pertenece a **A**.

El conjunto Universo Local. En la Teoría de Conjuntos, se tiene como referencia, explícita o implícitamente, un universo local; es decir, un marco de referencia dentro del cual se trabaja.

Es el conjunto que contiene a todos los elementos del Universo. Se le denota por la letra U. El universo lo forman el conjunto de conjuntos que intervienen. Así, si se esta hablando de todos los números, el conjunto universal será los números complejos:

Ejemplos: Sean los conjuntos: A = { aves} B = { peces } C = { anfibios }

D = {tigres} . Existe otro conjunto que incluye a los conjuntos A, B, C y D y es conjunto de todos los animales U = { animales }

Sean los conjuntos: E = { mujeres } F = { hombres } . El conjunto que incluye a los conjuntos E y F es el universo, conformado por U = { seres humanos }

Teoría axiomática de conjuntos Los componentes de una teoría axiomática son:

1. El lenguaje o símbolos formales de la teoría.
2. Los axiomas, que son proposiciones acerca de los objetos de la teoría y que imponen el funcionamiento de dichos objetos.
3. Los teoremas, que son todas las proposiciones demostrables con herramientas lógicas a partir de los axiomas.

El concepto de conjunto, entonces, está referido a reunir o agrupar personas, animales, plantas o cosas, para estudiar o analizar las relaciones que se pueden dar con dichos grupos.

Formas de definir un conjunto: Extensión y Comprensión

ıente definido si se conocen con exactitud los
ıe pertenecen a él; es decir, si se nombran todos
sa un enunciado o propiedad que lo identifique.
ma en que se lo represente, siempre se usa una
. Esta letra mayúscula representa a un conjunto
npre entre llaves.

ión: se define nombrando a cada elemento del

mediante un enunciado o atributo que representa
e que represente a la totalidad de elementos sin
).

piedad característica}

Por extensión
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
B = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...}
C = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35...}

O INFINITO:

quel que tiene un número determinado de

aquel que tiene un número infinito de elementos.

O:

número de elementos que tiene un conjunto:

Diagrama DE VENN-EULER El matemático y lógico británico, John Venn (1834 – 1923) es especialmente conocido por su método de representación gráfica de proposiciones (según su cualidad y cantidad) y silogismos. Los diagramas de Venn permiten, además, una comprobación de verdad o falsedad de un silogismo. Entre sus obras destaca Lógica Simbólica y los principios de la lógica empírica o inductiva. Sin embargo, también fue importante la participación de Euler en la esquematización de las representaciones de algunas operaciones.

Cada conjunto de elementos se encuentra encerrado dentro de un circulo, o figura geométrica, y estos a su vez están encerrados dentro de otra figura, por lo general está es un rectángulo, se pueden dibujar cada elemento del conjunto o bien solo se puede indicar su existencia. Los diagramas de Venn son una buena herramienta, que nos permite realizar las operaciones entre los diversos conjuntos del universo de un forma más sencilla.

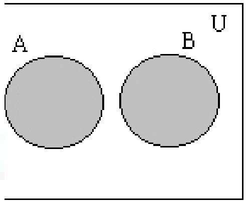
Tipos de Conjuntos

1) CONJUNTO VACÍO es aquel que no tiene elementos; se representa por: { } o bien por Ø . El conjunto vacío es subconjunto de cualquier conjunto.

2) CONJUNTOS DISJUNTOS: Son aquellos conjuntos que no tienen elementos en común. Por ejemplo:

El conjunto A tiene como elementos a los números 1, 2 y 3. El conjunto B tiene como elementos a las letras a, b, c y d. No hay elementos comunes entre los conjuntos A y B. En otras palabras, ningún elemento del conjunto A pertenece al conjunto B; a su vez, ningún elemento de B pertenece al conjunto A.

En consecuencia, los conjuntos A y B son disjuntos.



rador} (Conjunto E formado por pizarrón, tiza,

onjunto F formado por tiza, profesor, regla)

z } (Conjunto G formado por niño, cuaderno, sala,

porque: pizarrón, tiza, borrador no pertenecen al

iza pertenece a E y también a F.

porque: tiza, profesor, regla no pertenecen a G, y
rtenecen a F.

s y no disjuntos:

{x / x es impar}

enen ningún elemento en común.

l} y B = {x / x es una letra del abecedario }

estos dos conjuntos tienen a las vocales en común por lo que no son disjuntos.

3) CONJUNTO UNITARIO Es todo conjunto que está formado por sólo un elemento.

4) CONJUNTO SUBCONJUNTO: Un conjunto es subconjunto de otro si todos los elementos de un conjunto también pertenecen al otro.

Si se tienen los siguientes conjuntos: P = { a, e, i, o, u } y R = { a, i }

R es subconjunto de P porque todos los elementos de R están en P.

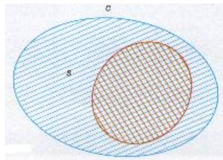
En general, para expresar que un conjunto es subconjunto de otro conjunto se pone entre ellos el símbolo $\subset$ (inclusión). En este ejemplo se escribe: $R \subset P$

Se lee " R es subconjunto de P" no es subconjunto de otro cuando al menos un elemento del primero no pertenece al segundo conjunto. El símbolo que representa (la no inclusión) la frase "no es subconjunto de" es $\not\subset$.

Si se tienen los siguientes conjuntos: C = { 3, 5, 7, 9 } y H = { 3, 5, 8 }

H no es subconjunto de C porque el elemento 8 no pertenece al conjunto C. Se escribe: $H \not\subset C$ Se lee " H no es subconjunto de C"

También los subconjuntos pueden representarse mediante Diagramas de Venn.

Ejemplo:  $S \subset C$

:onjunto
to de sí mismo. Si T = { x, z, y, z }, se tiene

}	A = { }	A = Ø
racional}	B = { }	B = Ø
l de $x^2 + 1 = 0$}	C = { }	C = Ø
vez}	D = { }	D = Ø
imaginario}	E = { }	F = Ø

junto de cualquier conjunto

Es una relación conjunto – conjunto. Se dice que n otro B, si todos los elementos del conjunto A

JBCONJUNTOS: Los subconjuntos tienen las

s subconjunto de si mismo. $A \subset A$

os conjuntos A y B se verifica $A \subset B$, entonces se

⇒ $A \not\subset B$

njuntos A, B y C, si se verifica

B y $B \subset C$ entonces $A \subset C$

6,8} C = {vocales} D = {abecedario}

de la siguiente manera:

$A \subset B$ (A es subconjunto de B) $C \subset D$ (C es subconjunto de D)

Los elementos del conjunto A esta contenido en B pero al revés no es cierto, es decir B no es subconjunto de A y se representa, como se indicó anteriormente, por: $A \not\subset B$.

Conjunto complementario Dado un conjunto A de un conjunto de universal U, el conjunto complementario (A' o A con una raya encima o A^C) está formado por los elementos de U que no pertenecen a A.

Conjunto de las partes de un conjunto Dado un conjunto A, el conjunto formado por todos los subconjuntos de A, se llama conjunto de las partes de un conjunto. Se representa por $\mathcal{P}(A)$.

Una operación binaria interna (también llamada ley de composición interna) es una aplicación de A x A en A.
Ejemplo: Sea $\mathbb{N}$ el conjunto de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto cartesiano y apliquemos la función multiplicación. Podemos tomar cualquier par de números naturales, multiplicarlos y obtenemos otro número natural, por lo tanto la función multiplicación es una operación binaria interna.
Ejemplo: La función división no es una operación binaria interna porque se obtienen números que no pertenecen al conjunto de los números naturales.

Propiedades Asociativa
Ejemplo: Sea $\mathbb{N}$ el conjunto de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$el producto cartesiano y apliquemos la función multiplicación. Tomemos tres (o más números naturales) a, b y c. Veremos que a x (b x c) = (a x b) x c. La función multiplicación tiene la propiedad asociativa en este ejemplo.
Conmutativa
Ejemplo: Sea $\mathbb{N}$ el conjunto de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto cartesiano y apliquemos la función multiplicación. Tomemos dos números naturales cualesquiera a y b. Veremos que a x b = b x a. La función multiplicación tiene la propiedad conmutativa.
Distributiva

de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto
ıción multiplicación y la función suma. Cumple esta
ı x b + a x c.

de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto
ción multiplicación. El 1 es el elemento neutro para

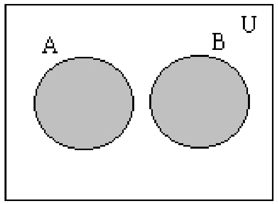
de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto
ıción multiplicación. No tiene elemento simétrico
rtenece al conjunto de los números naturales.

de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto
unción multiplicación. El 1 es el único elemento
ı izquierda) porque cumple a x 1 = b x 1 $\Rightarrow$ a = b.

de los números naturales, $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ el producto
unción multiplicación. El 1 es el único elemento

aciones entre conjuntos

conjuntos, se define la unión de conjuntos, como
mentos de todos los conjuntos. O bien, $A \cup B$ es
stán en A, en B o en ambos, es decir, están al

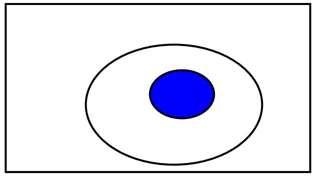


Ejemplo: Sean los conjuntos A = {a, b, c, d, e, f} y B = {a, h, j}. La unión de A y B es {a, b, c, d, e, f, h, j}

La unión tiene las siguientes propiedades:

Conmutativa. $A \cup B = B \cup A$ *Asociativa*. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.
Distributiva: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Absorción: $A \cup (A \cap B) = A$ *Idempotencia*: $A \cup A = A$
Elemento neutro: $A \cup \phi = A$ *Dominación*: $U \cup A = U$
Inversa: $A \cup A' = U$ *Inversa de Morgan*: $(A \cup B)' = A' \cap B'$

Intersección Dados dos o más conjuntos, se define la intersección de conjuntos, como el conjunto formado por los elementos que pertenecen a todos los conjuntos. Es decir, formado por los elementos comunes. $A \cap B$



Ejemplo: Sean los conjuntos A = {a, b, c, d, e, f} y B = {a, h, j}. La intersección de A y B es {a}

La intersección tiene las siguientes propiedades:

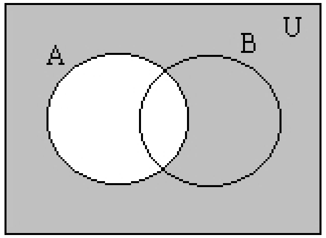
Conmutativa. $A \cap B = B \cap A$, *Asociativa*. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Absorción: $A \cap (A \cup B) = A$ *Idempotencia*: $A \cap A = A$
Elemento neutro: $A \cap \phi = A$ *Dominación*: $\phi \cap A = U$
Inversa: $A \cap A' = U$ Inversa de Morgan: $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Igualdad de Conjuntos: Dos conjuntos **A** y **B** diremos que son iguales si todo elemento del primero pertenece al segundo y viceversa.

$A=B \Leftrightarrow A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A, x \in B$ y $B \subset A \Leftrightarrow \forall x \in B, x \in A$

...nplear para saber si dos conjuntos son iguales se ...sión. También se puede decir: dos conjuntos **A** y **B** ...do elemento del primero pertenece al segundo y

...en U es el conjunto formado por los elementos ...^{c} = {x ∈ U /x ∉ A}.



...onjuntos A y B, su diferencia, A - B, es los ...cen a B.

...= {a, b, c, d, e, f} y B = {a, h, j}. La diferencia A - B ...B - A es {h, j}

...dos conjuntos A y B su diferencia simétrica es la ...- A.

...encia simétrica es {b, c, d, e, f, h, j} .

...s dos conjuntos A y B, el producto cartesianos de ...nto formado por todos los pares ordenados (a,b) ...b es un elemento de B.
...= {1, 2} dos conjuntos. El producto cartesiano A x ...), (c,2)}

El cardinal (número de elementos) del producto cartesiano es el producto de los cardinales de los dos conjuntos, $\#(A \times B) = \#(A) \times \#(B)$

Relación Dados dos conjuntos A y B, una relación es un subconjunto del producto cartesiano A x B.

Un elemento a, que pertenece al conjunto A, está relacionado con un elemento b, que pertenece al conjunto B, si el par (a, b) pertenece a un subconjunto G (llamado *grafo*) del producto cartesiano A x B.

Ejemplo: Sean A = {a, b, c} y B = {1, 2} dos conjuntos. El producto cartesiano A x B = {(a,1), (a,2), (b,1), (b,2), (c,1), (c,2)}. Una relación sería R = {(a,1),(c,2)}.
A las relaciones también se les llama correspondencias.

Relación binaria Dado el producto cartesiano A x A, una relación binaria $\mathfrak{R}$ es un subconjunto G (llamado grafo) de este producto cartesiano.

Una relación binaria $\mathfrak{R}$ que cumple que para todo elemento a del conjunto A, el elemento (a,a) pertenece al grafo G tiene la propiedad reflexiva.
Una relación binaria $\mathfrak{R}$ que cumple que para todo elemento a del conjunto A, el elemento (a,a) no pertenece al grafo G tiene la propiedad irreflexiva o antireflexiva.

Una relación binaria $\mathfrak{R}$ que cumple que para todo elemento a y b perteneciente al conjunto A si (a,b) pertenece al grafo G entonces el elemento (b,a) también pertenece al grafo G, tiene la propiedad simétrica.

Una relación binaria $\mathfrak{R}$ tiene la propiedad antisimétrica si para todo elemento a y b perteneciente al conjunto A si (a,b) pertenece al grafo G y el elemento (b,a) también pertenece al grafo G, entonces a = b.

Una relación binaria tiene la propiedad transitiva si para todo elemento a, b y c perteneciente al conjunto A si (a,b) pertenece al grafo G y (b,c) también pertenece al grafo G, entonces (a, c) pertenece al grafo G.

relación de equivalencia $\Re$ es una relación binaria

Si a $\Re$ b, b $\Re$ a Transitiva: Si a $\Re$ b y b $\Re$ a,

‹ (múltiplo de 2), siendo a y b números enteros es
ılencia porque cumple las propiedades:
).
b - a = -(a - b). Si a - b es múltiplo de 2, -(a - b)

$2.k_2$ Sumando queda a - c = $2.k_3$ Entonces a - c es

del conjunto A que están relacionados con él se

se de equivalencia del número cero (uno de los números enteros) C(0) = {... -4, -2, 0, 2, 4, ...}, 0 - (-2) es múltiplo de 2 ya sí sucesivamente. La ro 1 será C(1) = {... -5, -3, -1, 1, 3, 5, ...} pues la s números indicados es múltiplo de 2. ular las clases de equivalencia de más números.

ses de equivalencia se llama conjunto cociente.
nto cociente Z / 2 es el conjunto formado por las
Z / 2 = {C(0), C(1), C(2), ... }.

ón binaria $\Re$ es una relación de orden que tiene las

ica: Si a $\Re$ b y b $\Re$ a entonces a = b.
tonces a $\Re$ c.
ablecer una relación de orden el conjunto se dice

resentan con el símbolo menor igual (a $\leq$ b)
elemento 'mayor' (aquel que no hay otro que
elemento maximal.

En un conjunto ordenado, el elemento 'menor' (aquel que no hay otro que satisfaga que x $\leq$ a) se llama elemento minimal.

Una relación entre A y B de grafo G es una aplicación de A en B si para cada x $\in$ A sólo existe un elemento y perteneciente a B tal que el par (x,y) $\in$ G. Nuestro ejemplo no es una aplicación porque el elemento a_1 está relacionado con dos elementos: b_1 y b_2.

Al igual que en las funciones, en las aplicaciones existen los conceptos dominio e Imagen

Dominio es el conjunto de elementos de A para los que la aplicación produce una imagen, tal que el par (x,y) $\in$ G.

Imagen es el conjunto de elementos de B para los que existe un elemento en el conjunto A tal que el par (x,y) $\in$ G.

Tipos de aplicaciones Inyectiva: Si ningún elemento de A comparte imagen. Dicho de otra manera: cuando si f(a) = f(b) entonces a = b. También se puede decir que dos elementos distintos tienen distinta imagen.

Por ejemplo: si una aplicación relaciona a1 con b1 y a2 con b1, no es inyectiva porque dos elementos distintos comparten la misma imagen.

Sobreyectiva (también se llama suprayectiva, exhaustiva y sobre): Si todos los elementos de B son imagen de alguno de A.

Biyectiva: Si es inyectiva y sobreyectiva. También se denomina 1-1.

Composición de aplicaciones Sea f es una aplicación de A en B y g es una aplicación de B en C. Si la imagen de f está contenida en el dominio de g, entonces se puede definir una aplicación h de A en C de la forma:

h(x) = (g $\circ$ f) (x) = g[f(x)] para todo x perteneciente al dominio de f.

Aplicación recíproca (o inversa) Es una aplicación que se representa por f^{-1} tal que la composición $f^{-1}[f(x)] = x$.

onjunto de los números naturales, por ejemplo) en dos, operaciones binarias internas (o ley de a serie de propiedades. Según las propiedades que eración (u operaciones) el conjunto tendrá una u po, cuerpo, anillo y espacio.

conjunto A y que en ese conjunto definimos una por *) sobre los elementos del conjunto, de tal par de elementos del conjunto A, el elemento también pertenece al conjunto A.

opiedad *asociativa* x*(y*z) = (x*y)*z, existe un o *neutro*) que cumple e*x = x para todos los emento x' (llamado *elemento inverso*) que cumple lementos de A, entonces se dice que A tiene eración *.

ta y se comprende mejor con un ejemplo. Sea A el eros ($\mathbb{Z}$), y la operación * sea la suma (+). : El conjunto $\mathbb{Z}$ y la suma cumple la propiedad os, podemos sumarlos en cualquier orden) , el cero os números tienen inverso (el inverso del número a de los números enteros y la operación suma tiene

rupo el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) y la

no) Si la operación * tiene la propiedad s el grupos se llama conmutativo (o abeliano)

onjunto B, del conjunto A (que es grupo respecto a rupo respecto a la misma operación, entonces se

Otro ejemplo nos aclarará este concepto. El subconjunto de los múltiplos de 2 (en realidad de cualquier número) es un subgrupo.

Orden Se llama orden de un grupo al número de elementos de un conjunto que tiene estructura de grupo respecto a una operación. El número de elementos del conjunto debe ser finito.

Supongamos que tenemos un conjunto A y que en ese conjunto definimos una operación (que llamaremos *) sobre los elementos del conjunto, de tal manera que para cualquier par de elementos del conjunto A, el elemento resultante de la operación x*y, también pertenece al conjunto A.

Si la operación * tiene la propiedad *asociativa* x*(y*z) = (x*y)*z para todos los elementos de A, entonces se dice que A tiene estructura de semigrupo para la operación *.

Esta definición es muy abstracta y se comprende mejor con un ejemplo. Sea A el conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$), y la operación * sea la suma (+). Repasemos ahora la definición: El conjunto de los números enteros y la suma cumple la propiedad asociativa (dados varios números, podemos sumarlos en cualquier orden), por lo tanto el conjunto de los números enteros y la operación suma tiene estructura de semigrupo.

También tiene estructura de semigrupo el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) y la operación multiplicación.

Semigrupo conmutativo (o Abeliano)

Si la operación * tiene la propiedad conmutativa x*y = y*x, entonces el semigrupo se llama conmutativo (o abeliano).

Semigrupo con elemento neutro

o neutro x*e = x, entonces el semigrupo se llama
.

conjunto A y que en ese conjunto definimos dos
+ y *) sobre los elementos del conjunto, de tal
ar de elementos del conjunto A, los elementos
x+y, y, x*y también pertenece al conjunto A.

iedad *asociativa* x + (y + z) = (x + y) + z, tiene la
= y + x, existe un elemento **0** (llamado *elemento*
ara todos los elementos de A, existe un elemento
que cumple x + x' = 0, si la operación * tiene la
(x*y)*z y tiene la propiedad distributiva x*(y + z)
elementos de A, entonces se dice que A tiene
eraciones + y *.

ta y se comprende mejor con un ejemplo. Sea A el
($\mathbb{R}$), y la operación + sea la suma y la operación
nos ahora la definición y veremos que el conjunto
ructura de anillo.

nple x*1 = x se dice que el anillo tiene una *unidad*.

Si el conjunto A tiene, además, la propiedad
ración *, entonces el conjunto A tiene estructura

onjunto A y que en ese conjunto definimos dos
+ y *) sobre los elementos del conjunto, de tal
ar de elementos del conjunto A, los elementos
x+y, y, x*y también pertenece al conjunto A.

dos los elementos de A, las propiedades:

interna para todo x e y, el elemento x + y pertenece al conjunto A
asociativa: x + (y + z) = (x + y) + z *conmutativa:* x + y = y + x
elemento neutro: 0 + x = x *elemento inverso:* x + x' = 0

y la operación * tiene las propiedades:

interna para todo x e y, el elemento x * y pertenece al conjunto A
asociativa x*(y*z) = (x*y)*z *elemento neutro*: x*1 = x
conmutativa: x*y = y*x *elemento inverso*: x*x' = 1
distributiva x*(y + z) = x*y + y*z

y además el elemento neutro de la operación + es distinto del elemento neutro de la operación *, entonces el conjunto A tiene estructura de cuerpo.

Esta definición es muy abstracta y se comprende mejor con un ejemplo. Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales, y la operación + sea la suma y la operación * sea la multiplicación. Repasemos ahora la definición y veremos que el conjunto de los números reales tiene estructura de cuerpo.

Espacio vectorial Supongamos que tenemos un conjunto K con estructura de cuerpo. A los elementos de K le llamaremos escalares y los nombraremos como a_1, a_2, a_3,... .
El conjunto V (a sus elementos le llamaremos vectores y nombraremos como b_1, b_2, b_3, ...) tiene estructura de espacio vectorial si:

1.- El conjunto V tiene estructura de grupo abeliano para una ley de composición interna que llamaremos +.

2- En el conjunto V existe una ley de composición externa (cuyo dominio es el cuerpo V) que cumple lo siguiente:

Distributiva respecto a la suma de escalares: $(a_1 + a_2)b_1 = a_1b_1 + a_2b_1$.
Distributiva respecto a la suma de vectores: $a_1(b_1 + b_2) = a_1b_1 + a_1b_2$.
Asociativa respecto a los escalares: $a_1(a_2b_1) = (a_1a_2)b1$.
Elemento neutro en V: $1b_1 = b_1$.

Combinación lineal de vectores Un vector es combinación lineal de otros vectores si se puede obtener mediante operaciones de suma de otros vectores.

combinación lineal del vector (1,1) y (0,2) pues se
r 3 el vector (1,1) y sumándole el vector (0,2).

tema de vectores es un conjunto de vectores.

re si son linealmente independientes entre si. En
gado (dependientes).

Un sistema de vectores libre, que permite
su espacio vectorial es una base.
menos una base.

una base de un sistema de vectores se llama

,1), (0,1,0) y (1,0,0) son la base (canónica) que se
cio de tres dimensiones.

Dada una base B = $\{e_i\}$ de un espacio vectorial, un
representará en función de esa base como
e_i los vectores de la base, x_i son las coordenadas

u_2 = (0,1,0) y u_3 = (1,0,0) los vectores que forman
+ $9u_3$ se representa como (5,2,9).

ra que un subconjunto W (que tiene estructura de
ndo V estructura de espacio vectorial sobre el
ectorial, es necesario y suficiente que cumpla la

do $a_1,a_2 \in K$ se cumpla $a_1c_1 + a_2c_2 \in W$.