1. El cometa Halley describe una orbita elíptica de excentricidad e ≈ 0.97. la longitud del eje mayor de la órbita es, aproximadamente, 36,18 unidades astronómicas (una u.a., distancia media entre la Tierra y el Sol, es ≈ 93 millones de millas).
   a) Hallar una ecuación en polares para la órbita con el polo en el Sol
   b) Hallar la ecuación cartesiana (eje mayor el de abscisas y origen en el centro de la cónica)
   c) ¿Cuál es la distancia más próxima al Sol (perihelio)? ¿y la más lejana (afelio)?

2. Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$, hallar la ecuación polar de su rama derecha suponiendo que la dirección del eje polar coincide con la dirección positiva del eje de abscisas y que el polo está:
   a) en el foco derecho de la hipérbola.
   b) en el foco izquierdo de la hipérbola.
   c) para el caso a), hallar la ecuación polar de sus directrices y asíntotas.

3. La sección de una gran antena parabólica admite como modelo la gráfica de

$$y=\frac{x^2}{200},\ -100<x<100.$$

   a) Hallar su ecuación polar suponiendo que la dirección del eje polar coincide con su eje de simetría y que el polo está en el foco de la parábola.
   b) Ecuación polar de su directriz y distancia del foco al vértice.
   c) El área de la antena.

4. Verificar que la ecuación $r=\frac{21}{5-2\cos\alpha}$ determina una elipse y hallar los semiejes y las ecuaciones polares de sus directrices.

5. Verificar que la ecuación $r=\frac{16}{3-5\cos\alpha}$ determina la rama derecha de una hipérbola y hallar las ecuaciones polares de sus directrices y asíntotas.

6. Hallar la ecuación polar de la órbita del planeta Tierra, de sus directrices y las distancias del afelio y perihelio sabiendo que:

$$a = 92,957\text{x}10^6 \text{ millas} ; \quad e = 0,0167.$$

Nota.
Consulta como ayuda los apartados 9.4, 9.5 y 9.6 del capítulo 9 del Larson (ver Bibliografía recomendada en la guía de la asignatura).

Ejercicios propuestos

1) Determinar las cónicas que se dan en coordenadas polares mediante las ecuaciones siguientes:

a) $\rho=\dfrac{5}{1-\frac{1}{2}\cos\alpha}$ **b)** $\rho=\dfrac{6}{1-\cos\alpha}$ **c)** $\rho=\dfrac{10}{1-\frac{3}{2}\cos\alpha}$

d) $\rho=\dfrac{12}{2-\cos\alpha}$ **e)** $\rho=\dfrac{5}{3-4\cos\alpha}$ **f)** $\rho=\dfrac{1}{3-3\cos\alpha}$

Solución:
a) Elipse **b)** Parábola **c)** Una rama de una hipérbola **d)** Elipse **e)** Una rama de una hipérbola **f)** Parábola.

2) Dada la ecuación de la hipérbola $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{144}=1$, hallar la ecuación polar de su rama izquierda, suponiendo que la dirección del eje polar coincide con la dirección positiva del eje de abscisas y que el polo está:

a) en el foco izquierdo de la hipérbola;
b) en el foco derecho.

Solución:
a) $\rho=\dfrac{144}{5+13\cos\alpha}$ **b)** $\rho=-\dfrac{144}{5+13\cos\alpha}$

3) Hallar en la elipse $\rho=\dfrac{12}{3-\sqrt{2}\cos\alpha}$ los puntos cuyos radios polares son iguales a 6.

Solución:
$\left(6,\ \dfrac{\pi}{4}\right)$, $\left(6,\ -\dfrac{\pi}{4}\right)$

4) Hallar en la hipérbola $\rho=\dfrac{15}{3-4\cos\alpha}$ los puntos cuyos radios polares son iguales a 3.

Solución:
$\left(3,\ 2\dfrac{\pi}{3}\right)$, $\left(6,\ -2\dfrac{\pi}{3}\right)$.

5) Hallar en la parábola $\rho=\dfrac{p}{1-\cos\alpha}$ los puntos :

a) cuyos radios polares sean mínimos.
b) cuyos radios polares sean iguales al parámetro de la parábola.

Solución:
a) $\left(\dfrac{p}{2},\pi\right)$, **b)** $\left(\dfrac{\pi}{2},p\right)$, $\left(p,-\dfrac{\pi}{2}\right)$