

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL.

CÁLCULO INFINITESIMAL.

HOJA 6: FUNCIONES DE VARIABLE VECTORIAL. DIFERENCIAL.

EJERCICIOS Y SOLUCIONES

1. Obtener la derivada direccional de la función $U(x, y, z) = 5x^2 - 3x + y + z^2 - 2$ en el punto $(1, 2, 3)$ según la dirección del vector $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$. [Sol. $14/\sqrt{3}$]

2. Calcular el valor máximo de la derivada direccional de la función $U(x, y, z) = yz + xz + xy$ en el punto $(1, 2, 3)$, así como la dirección donde ésta tiene lugar. [Sol. $5\sqrt{2}$, en la dirección $5\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$]

3. Dado el campo escalar $U(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$, hallar el gradiente en el punto $P(2, 1, 1)$. Determinar en qué puntos el gradiente es perpendicular al eje OZ y en cuáles es un vector nulo. [Sol. En $P: (9, -3, -3)$, $\perp OZ$ en $(x, y, \sqrt{x\sqrt{y}})$, Nulo en (x, x, x)]

4. Estudiar la continuidad y diferenciabilidad de la siguiente función en el origen:

$$f(x, y) = \begin{cases} xy / \sqrt{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{[Sol. Continua pero no diferenciable.]}$$

5. Un depósito prismático tiene por dimensiones 5, 10 y 6 metros. Sabiendo que las paredes tienen un espesor común de 10 centímetros, calcular el volumen ocupado por éstas: a) mediante el incremento total y b) mediante la diferencial de la función, c) comparar ambos resultados. [Sol. a) 14.211 m^3 , b) 14 m^3 , c) El error de la estimación con la diferencial es 0.211 m^3 .]

6. Un recinto tiene forma de triángulo rectángulo. Se han medido los dos catetos resultando los siguientes valores con sus correspondientes errores máximos $x = 22.52 \pm 0.02 \text{ m}$, $y = 15.33 \pm 0.02 \text{ m}$. Encontrar el valor de la hipotenusa con su respectivo error máximo. [Sol. $27.24 \pm 0.03 \text{ m}$.]

7. El mismo problema anterior pero suponiendo que los errores son medios. [Sol. $27.24 \pm 0.02 \text{ m}$.]

8. Obtener aquellos puntos de la función $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$ donde la derivada direccional en cualquier dirección es nula. [Sol. $(0, 0)$ y $(2/3, -4/3)$]

9. Siendo $z = u + v^2$, $u = x^2 + \sin y$, $v = L(x + y)$, calcular el gradiente de z en el punto $(2, 0)$ aplicando la regla de la cadena. [Sol. $(4+L^2)\mathbf{i} + (1+L^2)\mathbf{j}$.]

10. Siendo $z = 1 + \frac{u}{1+v}$, $u = \sin x$, $v = \cos x$, calcular el gradiente de z en el punto $(0, y)$ aplicando la regla de la cadena. [Sol. $(1/2)\mathbf{i}$.]

11. Obtener en el punto $x = \pi/4$ la derivada total de la función $z = (u v x)$, siendo u y v las siguientes funciones: $u(x) = x \cos x$, $v(x) = x \sin x$. [Sol. $3\pi^2/32$.]

12. Dada la función $y^x - x^y = 0$, y sabiendo que $y = y(x)$, determinar el valor de la derivada de y respecto de x en el punto $(1, 1)$. [Sol. 1.]



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70