

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL.

CÁLCULO INFINITESIMAL.

HOJA 4: FUNCIONES DE VARIABLE VECTORIAL. LÍMITE Y CONTINUIDAD.

EJERCICIOS

1. Encontrar el dominio de las siguientes funciones:

1.1. $f(x,y) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{y-2x}$

1.2. $f(x,y) = \left(\sqrt{x-y}, L(x-2), \frac{1}{x-y} \right)$

1.3. $f(x,y) = \left(\sqrt{x^2+y^2-4}, L(16-x^2-y^2), Lx+Ly \right)$

2. Calcular:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} (x^2 + y^2, \text{sen}(xy)(x^2 + y), x^2 + xy)$$

3. Calcular los siguientes límites:

3.1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{3-x+y}{4+x-2y}$

3.2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (4,\pi)} x^2 \text{sen} \frac{y}{x}$

3.3. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-2y}{2x-3y}$

3.4. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x-y}{x^2+y^2}$

3.5. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x+y}$

3.6. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x^2 y^2 L(x^2 + y^2)$

3.7. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$

3.8. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$

3.9. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

$$3.13. \lim_{(x,y) \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x-y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$3.14. \lim_{(x,y,z) \rightarrow 0} \frac{xy^2z}{x^2+y^2+z^2}$$

4. Analizar la continuidad de las siguientes funciones:

$$4.1. f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x/y)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.2. f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.3. f(x,y) = \begin{cases} (x+y)^2 \cos \frac{1}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.4. f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2) \cos \frac{1}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.5. f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.6. f(x,y) = \begin{cases} \frac{x}{x+y} & \text{si } x+y \neq 0 \\ 0 & \text{si } x+y = 0 \end{cases}$$

$$4.7. f(x,y) = \begin{cases} x^2 \text{sen} \frac{1}{y} & \text{si } y \neq 0 \\ x^2 & \text{si } y = 0 \end{cases}$$

$$4.8. f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$4.9. f(x,y) = \begin{cases} x(4x^2+y^2-1)^{-1} & \text{si } 4x^2+y^2 \neq 1 \text{ y } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } 4x^2+y^2 = 1 \text{ o } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$\dots \dots \dots \left[\left(\frac{x^2y}{\dots}, \text{sen } xy \right) \right] \text{ si } (x,y) \neq (0,0)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



SOLUCIONES

1.

1.1. $\{(x, y); x \in [-3, 3], y \neq 2x\}$

1.2. $\{(x, y); x > 2, x > y\}$

1.3. $\{(x, y); 2 \leq r < 4, x > 0, y > 0\}$

2.

(0,0,0)

3.

3.1. 4, 3.2. $8\sqrt{2}$, 3.3. No existe, 3.4. No existe, 3.5. No existe, 3.6. 0,
3.7. 0, 3.8. 0, 3.9. No existe, 3.10. 0, 3.11 a 3.13. No existe, 3.14. 0.

4.

4.1. Continua en todo \mathbb{R}^2 .

4.2. Continua en todo \mathbb{R}^2 salvo en $\mathbf{0}$.

4.3. Continua en todo \mathbb{R}^2 .

4.4. Continua en todo \mathbb{R}^2 .

4.5. Continua en todo \mathbb{R}^2 salvo en $\mathbf{0}$.

4.6. Continua en todo \mathbb{R}^2 salvo en la recta $y = -x$.

4.7. Continua en todo \mathbb{R}^2 salvo en el eje OX a excepción del origen.

4.8. Continua en todo \mathbb{R}^2 .

4.9. Continua en todo \mathbb{R}^2 salvo en la elipse $4x^2 + y^2 = 1$ y en el origen.

4.10. Continua en todo \mathbb{R}^2 .

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and orange gradient with a subtle shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70