INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL.

CÁLCULO INFINITESIMAL.

HOJA 3: DESARROLLO DE TAYLOR.

EJERCICIOS

1. Dada la función: $y = \mathrm{L}(1+x)$, se pide:
a) Desarrollo en torno al punto $a = 0$
b) Intervalo de convergencia.
c) Expresión del resto de Lagrange.
d) Valor aproximado de L2 mediante los 4 primeros términos del desarrollo, evaluando el error cometido.

2. Resolver el ejercicio anterior para la función $y = \operatorname{sen} x$, aproximando el valor de sen (π / 4) mediante los 3 primeros términos no nulos del desarrollo, y evaluando el error cometido.

3. Desarrollando previamente en serie de Mc. Laurin la función $y = e^x$, obtener el valor del número *e* con un error menor de 0.001.

4. Aprovechando el desarrollo del ejercicio anterior, obtener el correspondiente de la función $y = k^x$ siendo *k* una constante positiva.

5. Obtener los 7 primeros términos del desarrollo de Taylor en torno al punto a = 1, de la función $y = \sqrt{x}$. Calcular mediante dichos términos el valor aproximado de la raíz cuadrada de 2. Evaluar el error cometido en esta aproximación mediante el primero de los términos despreciados.

6. Obtener los desarrollos de las funciones que se indican seguidamente, así como los correspondientes intervalos de convergencia:

$a)\ y = \cos x \qquad \text{en } a = 0.$

$b)\ y = \mathrm{L}\, x \qquad \text{en } a = 1.$

$c)\ y = \dfrac{1}{x+2} \qquad \text{en } a = 0.$

$d)\ y = \mathrm{L}\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} \qquad \text{en } a = 0$

Nota: Aprovechar cuando se pueda los desarrollos ya efectuados.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

SOLUCIONES

1.

$$a)\ y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + \ldots \quad b)\ -1 < x \le 1 \quad c)\ R_n = \left|\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\theta x)^{n+1}}\right| \quad d)\ 0.58, \quad \varepsilon < 0.2$$

2.

$$a)\ y = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots + (-1)^{k+1}\frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} + \ldots \quad b)\ \forall x \quad c)\ R_n = \left|\frac{\left.\begin{matrix}\text{sen}\\ \cos\end{matrix}\right\}(\theta\, x)}{(n+1)\,!}x^{n+1}\right| \quad d)\ 0.707143, \quad \varepsilon < 0.000037$$

3. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} \Rightarrow \quad e = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$ (Para $\varepsilon < 0.001$ hay que tomar $n = 6 \Rightarrow e = 2.7180$)

4. $k^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x\,\mathrm{L}\,k)^n}{n!} \quad (-\infty < x < +\infty)$

5.

$$\sqrt{x} = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - \frac{5}{128}(x-1)^4 + \frac{7}{256}(x-1)^5 - \frac{21}{1024}(x-1)^6 + R_6$$

$\sqrt{2} \approx 1.405, \qquad \varepsilon < 0.161$

6.

$$a)\ \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \ldots + (-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!} + \ldots \qquad -\infty < x < +\infty$$

$$b)\ \mathrm{L}\,x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \ldots + (-1)^{n+1}\frac{(x-1)^n}{n} + \ldots \qquad 0 < x \le 2$$

$$c)\ \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} + \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{16} + \frac{x^4}{32} - \ldots + (-1)^n\frac{x^n}{2^{n+1}} + \ldots \qquad -2 < x < +2$$

$$c)\ \mathrm{L}\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \ldots + \frac{x^{2k-1}}{2k-1} + \ldots \qquad -1 < x < +1$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.